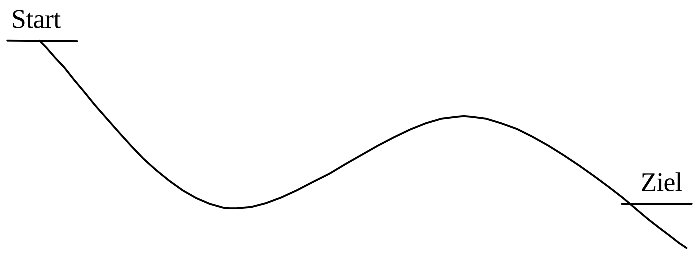
Übungen U 16

Aufgabe 1

In einer verschneiten Hügellandschaft findet auf aufblasbaren Gummireifen ein Abfahrtsrennen statt. Der Verlauf der Strecke kann abschnittsweise durch die Funktion $f(x) = -0{,}1x^3 + 0{,}3x^2 + 1{,}3x - 1{,}5$ beschrieben werden.

Der Startpunkt liegt 800 Meter vor dem Ziel (waagrecht gemessen).
Das Ziel befindet sich an der Stelle, an der die Steigung der Funktion ein zweites Mal den Wert -1,1 annimmt.



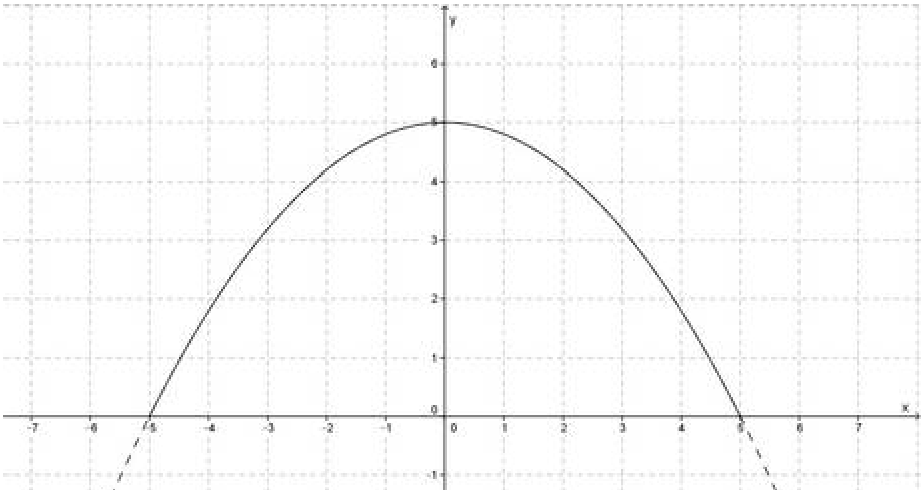
(1 LE x-Achse = 100 m ; 1 LE y-Achse = 10 m)

a) Führen Sie eine vollständige Kurvendiskussion durch und zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.
b) Ermitteln Sie die Stelle, an der das Rennen beginnt.
c) Berechnen Sie die steilste Stelle der Rennstrecke zwischen Senke und Kuppe und geben Sie deren positive Steigung an.
d) Berechnen Sie die Höhendifferenz zwischen Start- und Zielpunkt.
e) Könnte man vom Startpunkt bis zum Zielpunkt sehen, so würde man entlang der Geraden g(x) schauen. Diese Gerade verläuft auch durch die Punkte (1l3) und (-1l3,6). Überprüfen Sie durch das Erstellen der Geradengleichung, ob die Gerade die Gleichung $g(x) = -0{,}3x + 3{,}3$ besitzt.

   Zeichnen Sie die Gerade g in das Koordinatensystem aus Aufgabe a).
f) Ermitteln Sie den maximalen Abstand zwischen der gedachten Sichtlinie g(x) und dem Hügelhang f(x) im Bereich $[\text{Start}; \text{Ziel}]$.
g) Bestimmen Sie die Querschnittsfläche, die vor dem Ziel dem direkten Sichtkontakt im Weg ist (Fläche zwischen g(x) und f(x) vor dem Ziel).

Aufgabe 2

Der äußere Rand der aufgeblasenen Gummireifen ist annährend parabelförmig.



Erstellen Sie die quadratische Funktionsgleichung h(x), die diesen Rand beschreibt.

Aufgabe 3

In einem 1,60 m hohen fassartigen Behälter werden die Gummireifen gelagert. Der Behälter hat oben und unten einen Durchmesser von 1,20 m und an der dicksten Stelle 1,40 m.

a) Zeichnen Sie die Seitenwand des Behälters als Stück eines Funktionsgraphen in ein geeignetes Koordinatensystem.

b) Erstellen Sie die Funktionsgleichung einer Funktion 2. Grades, die dem Graphen zugrunde liegt.

c) Berechnen Sie das Volumen des Behälters (in m³).

Aufgabe 4

Der Veranstalter weist seine Grenzkosten mit $K'(x) = 1{,}5x^2 - 2x + 1$ aus und berechnet seinen Gewinn mit $G(x) = -0{,}5x^3 - x^2 + 32x - 40$.

a) Ermitteln Sie den ökonomischen Definitionsbereich.

b) Berechnen Sie das Erlösmaximum.

c) Berechnen Sie das Gewinnmaximum.