Prüfungsvorbereitung (1)

Aufgabe 1

1.1 Die ganzrationale Funktion h(x) ist 3. Grades und besitzt die Steigung -2 an der Stelle 2. Sie schneidet die y-Achse bei 4 und hat bei (4l0) einen Tiefpunkt. Erstellen Sie die Funktionsgleichung.

1.2 Untersuchen Sie die Funktion $\mathbf{f(x) = 0{,}25x^3 - 0{,}75x^2 - 2{,}5x + 6}$ auf Symmetrie, Schnittpunkte mit den Achsen (x_1 = 4), Extrem- und Wendepunkte und zeichnen Sie ihren Graphen.

1.3 Formulieren Sie die beiden Gleichungen für die Tangenten, die unter einem Steigungswinkel von -68,2° an der Funktion f(x) anliegen.

1.4 Begründen Sie mit Worten, welche der beiden Tangenten den Hochpunkt der Funktion f(x) fast mittig schneidet.

1.5 Zeichnen Sie die Gerade $\mathbf{g(x) = -0{,}5x + 1}$ in das Schaubild von f(x) ein.

1.6 Ermitteln Sie die Fläche, die von f(x) mit der x-Achse eingeschlossen wird.

1.7 Ermitteln Sie die Fläche, die von f(x) und g(x) begrenzt wird.

Aufgabe 2

2.1 Untersuchen Sie die Funktion $\mathbf{f(x) = 0{,}2x^4 - 0{,}8x^3 - 0{,}6x^2 + 3{,}6x}$ auf Symmetrie, Schnittpunkte mit den Achsen, Extrem- und Wendepunkte.

2.2 Zeigen Sie, dass die Tangente an die Funktion f(x) an der Stelle x = 1 die Gleichung $\mathbf{t(x) = 0{,}8x + 1{,}6}$ besitzt.

2.3 Ermitteln Sie die Schnittpunkte von f(x) und t(x).

2.4 Zeichnen Sie beide Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem unter Berücksichtigung der berechneten Schnittpunkte.

2.5 Berechnen Sie die Fläche, die von der Funktion f(x) und der Tangente t(x) begrenzt wird.

Aufgabe 3

Ein metallverarbeitender Betrieb gibt für das Produkt „Scharnier“ $\mathbf{E'(x) = -x + 61}$ als Grenzerlösfunktion und $\mathbf{G'(x) = -1{,}5x^2 + 11x + 36}$ als Grenzgewinnfunktion an.
Bei 5 Stück macht man einen Gewinn von 55 Euro.

3.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Funktion $\mathbf{K(x) = 0{,}5x^3 - 6x^2 + 25x + 200}$ die Kosten für die Produktion angibt.

3.2 Berechnen Sie das Grenzkostenminimum.

3.3 Der Betrieb möchte auf einer Messe neue Kunden für dieses Scharnier gewinnen. Deshalb bietet man das Produkt zu dem niedrigsten Preis an, der für den Betrieb möglich ist. Berechnen Sie diesen Preis.

3.4 Geben Sie den ökonomischen Definitionsbereich an.

3.5 Ermitteln Sie die gewinnmaximale Ausbringungsmenge und den maximalen Gewinn, der erreicht werden kann. Geben Sie auch den Cournot’schen Punkt an.

3.6 Bestätigen Sie, dass die Gewinnschwelle bei 4 ME liegt.