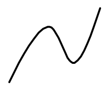
Lösungen tegut C 17

<u>1. Aufgabe</u>

$$f(x) = 0{,}1x^3 - 1{,}2x^2 + 3{,}6x$$

a) D = R

b) Verlauf: $\begin{array}{l} x \to -\infty; f(x) \to -\infty \\ x \to +\infty; f(x) \to +\infty \end{array}$ (Der Graph kommt von unten und geht nach oben.) 

Es ist keine Symmetrie vorhanden, da gerade und ungerade Exponenten vorliegen.

c) $f(x_N) = 0$

$0 = 0{,}1x^3 - 1{,}2x^2 + 3{,}6x \,|: 0{,}1$

$0 = x^3 - 12x^2 + 36x$

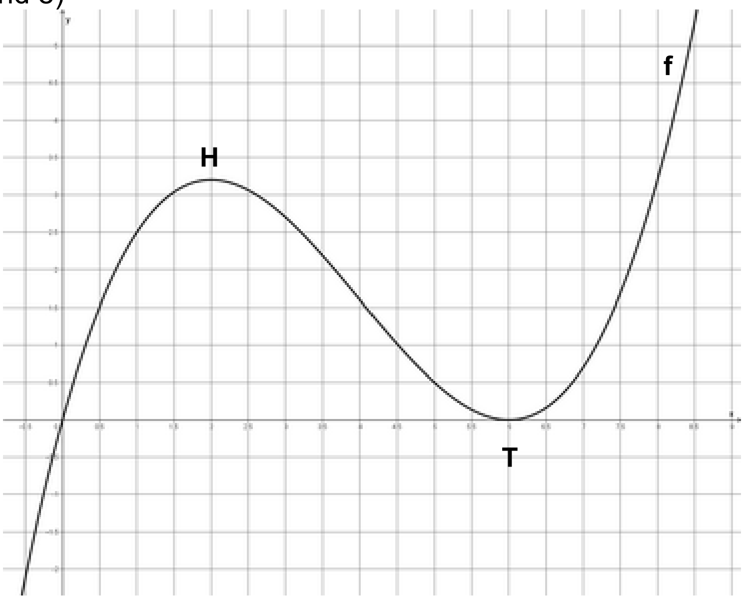
$0 = x\left(x^2 - 12x + 36\right)$

$x_{N1} = 0$

$0 = x^2 - 12x + 36$ mit pq ergibt sich

$x_{N2/3} = 6$

d) und e)



f) Monotonie

$M_1 = [-0{,}5; 2]$ monoton steigend

$M_2 = [2; 6]$ monoton fallend

$M_3 = [6; 8{,}5]$ monoton steigend

g) Da der Graph vor dem Hochpunkt steigend und nach dem Hochpunkt fallend ist, muss im höchsten Punkt die Steigung null vorliegen. Entsprechendes gilt für den Tiefpunkt.

h) $f(x) = 0{,}1x^3 - 1{,}2x^2 + 3{,}6x$

$f'(x) = 0{,}3x^2 - 2{,}4x + 3{,}6$

$f''(x) = 0{,}6x - 2{,}4$

$f'''(x) = 0{,}6$

$f^4(x) = 0$

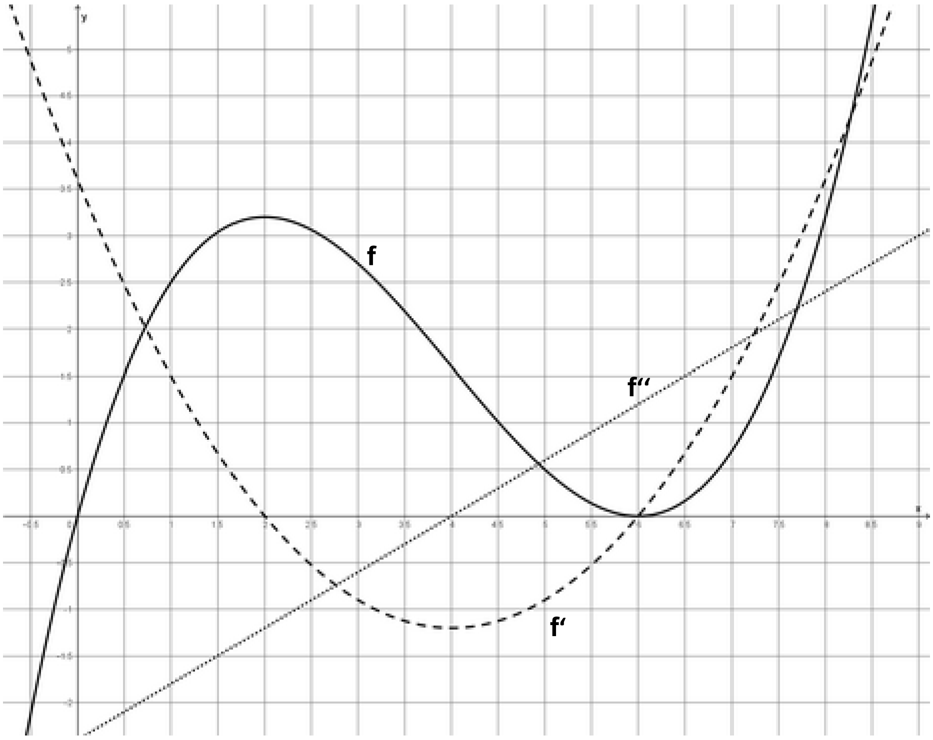
i) $f(x) = f'(x)$

$0{,}1x^3 - 1{,}2x^2 + 3{,}6x = 0{,}3x^2 - 2{,}4x + 3{,}6 \,|\, -0{,}3x^2 + 2{,}4x - 3{,}6$

$0{,}1x^3 - 1{,}5x^2 + 6x - 3{,}6 = 0$

TR: $x_1 \approx 0{,}73$	$f(0{,}73) \approx 2{,}03$	$S_1(0{,}73 \mid 2{,}03)$
$x_2 \approx 8{,}27$	$f(8{,}27) \approx 4{,}26$	$S_2(8{,}27 \mid 4{,}26)$
$x_3 = 6$	$f(6) = 0$	$S_3(6 \mid 0)$

j)



k) Die Nullstellen der ersten Ableitung sind die Stellen (also die x-Werte), an denen der Ausgangsgraph einen Hoch- bzw. Tiefpunkt (Extrempunkte) besitzt. Die Steigung des Ausgangsgraphen hat den Wert null.

l) Die Nullstelle der zweiten Ableitung ist die Stelle, an der der Ausgangsgraph einen Wendepunkt besitzt. Die Krümmung des Ausgangsgraphen hat den Wert null.

<u>2. Aufgabe</u>

$f(x) = g(x)$

$x^3 - 9x^2 + 18x - 12 = -2x \,|\, +2x$

$x^3 - 9x^2 + 20x - 12 = 0$

TR: $x_1 = 6$

Horner-Schema

x^3	x^2	x^1	x^0	
1	-9	20	-12	
0	1	-3	2	0

$x^2 - 3x + 2 = 0$	$g(6) = -12$	$S_1(6 \mid -12)$
$x_{2/3} = +1{,}5 \pm \sqrt{1{,}5^2 - 2}$	$g(2) = -4$	$S_2(2 \mid -4)$
$x_2 = 2 \quad x_3 = 1$	$g(1) = -2$	$S_3(1 \mid -2)$

3. Aufgabe

$k(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)=0$

a) $k(x-x_1)=0$

$2(x-3)=0$

$2x-6=0$

b) $k(x-x_1)(x-x_2)=0$

$0{,}5(x+2)(x-5)=0$

$0{,}5(x^2-5x+2x-10)=0$

$0{,}5(x^2-3x-10)=0$

$0{,}5x^2-1{,}5x-5=0$

c) $k(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)=0$

$\frac{2}{3}(x-3)(x-2)(x+1)=0$

$\frac{2}{3}(x-3)(x^2+x-2x-2)=0$

$\frac{2}{3}(x-3)(x^2-x-2)=0$

$\frac{2}{3}(x^3-x^2-2x-3x^2+3x+6)=0$

$\frac{2}{3}(x^3-4x^2+x+6)=0$

$\frac{2}{3}x^3-\frac{8}{3}x^2+\frac{2}{3}x+4=0$

d) $k(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)=0$

$-(x-4)(x-4)(x+1)=0$ oder $-(x-4)^2(x+1)=0$

$-(x^2-8x+16)(x+1)=0$

$-(x^3-8x^2+16x+x^2-8x+16)=0$

$-(x^3-7x^2+8x+16)=0$

$-x^3+7x^2-8x-16=0$

e) $k(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)=0$

$-0{,}25(x-0)(x-2)(x-8)=0$ oder $-0{,}25x(x-2)(x-8)=0$

$-0{,}25x(x^2-8x-2x+16)=0$

$-0{,}25x(x^2-10x+16)=0$

$-0{,}25x^3+2{,}5x^2-4x=0$

f) $k(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)=0$

$3(x-0)(x-0)(x+2)=0$ oder $3x^2(x+2)=0$

$3x^3+6x^2=0$