

Lösungen tegut G 16

1. Aufgabe

a) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
 $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

<u>Angaben</u>	<u>Mathematisierung</u>	<u>Gleichungen</u>
$S_y(0 6)$	$f(0) = 6$	I $d = 6$
$x = 0; m = 0$	$f'(0) = 0$	II $c = 0$
$T(2 2)$	$f(2) = 2$	III $8a + 4b + 2c + d = 2$
$x = 2; m = 0$	$f'(2) = 0$	IV $12a + 4b + c = 0$

c und d einsetzen in III und IV

$$\text{III } 8a + 4b + 6 = 2 \quad \Rightarrow \text{III } 8a + 4b = -4$$
$$\text{IV } 12a + 4b = 0$$

Einsetzen der Koeffizienten in TR ergibt: $a = 1$ und $b = -3$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 + 6$$

b₁)

$$f(0) = 6$$

Zu Beginn sind es 600 gesunde Bäume.

b₂)

geringster Bestand \Rightarrow Tiefpunkt

$$f'(x) = 0 \qquad f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$0 = 3x^2 - 6x$$

$$\text{TR: } x_1 = 0 \text{ und } x_2 = 2$$

$$f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0 \qquad f''(x) = 6x - 6$$

$$f''(0) = -6 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$$

$$f''(2) = 6 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$$

Nach 2 Jahren ist der Bestand an gesunden Bäumen am geringsten.

b₃)

stärkste Abnahme an der Wendestelle ; Abnahme = Steigung an dieser Stelle

$$f''(x) = 0$$

$$0 = 6x - 6 \quad | +6 : 6$$

$$x = 1$$

$$f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0 \qquad f'''(x) = 6$$

$$f'''(1) = 6 > 0 \Rightarrow \text{R-L-K}$$

Nach einem Jahr ist die Abnahme am stärksten.

$$f'(1) = -3$$

Die Abnahme beträgt zu diesem Zeitpunkt 300 Bäume pro Jahr.

b₄)

Zu Beginn sind es 600 Bäume, also $f(x) = 6$.

$$6 = x^3 - 3x^2 + 6 \quad | -6$$

$$0 = x^3 - 3x^2$$

$$x_{1/2} = 0 \text{ und } x_3 = 3$$

Nach 3 Jahren sind es wieder 600 gesunde Bäume.

c₁)

1. HB $A = x \cdot y$

2. NB $280 = 2x + 2y$

$$y = 140 - x$$

3. $A(x) = x \cdot (140 - x)$

$$A(x) = -x^2 + 140x$$

Zielfunktion

4. $A'(x) = -2x + 140$

$$A''(x) = -2$$

$$A'(x) = 0$$

$$0 = -2x + 140$$

$$x = 70$$

$$A'(x) = 0 \wedge A''(x) \neq 0$$

$$A''(70) = -2 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$$

$$A(70) = 4900$$

5. $y = 140 - 70$

$$y = 70$$

Die maximale Fläche beträgt 4900 m². Die Seiten sind jeweils 70 m lang.

c₂)

$$4900 - 100 = 4800$$

$$4800 : 600 = 8$$

Pro Baum stehen 8 m² zur Verfügung.