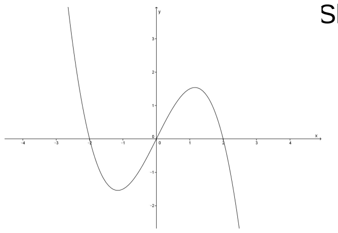
Lösungen T 16

1. Aufgabe

Fläche mit der x-Achse => Nullstellen berechnen von $f(x) = -0{,}5x^3 + 2x$

Skizze



$f(x) = 0$

$0 = -0{,}5x^3 + 2x \,|\, : (-0{,}5)$

$0 = x^3 - 4x$

$0 = x(x^2 - 4)$

$x_1 = 0 \;\vee\; x^2 - 4 = 0$

$x_2 = -2 \;\vee\; x_3 = 2$

$A_1 = A_2$ wegen PS

A_2 günstiger, da positives x und positive Fläche

$A_2 = \int_0^2 (-0{,}5x^3 + 2x)dx$

$A_2 = \left[-\frac{1}{8}x^4 + x^2\right]_0^2$

$A_2 = [2] - [0]$

$A_2 = 2FE$

$A_{ges} = 2 \cdot A_2 = 2 \cdot 2 = 4FE$

2. Aufgabe

Fläche mit der x-Achse => Nullstellen berechnen von beiden Funktionen

$g(x) = 0$

$x_1 = 1$ und $x_2 = 3$

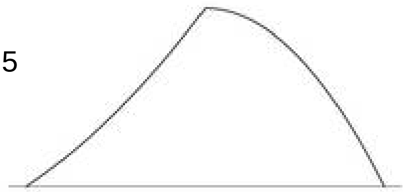
$h(x) = 0$

$x_1 = 3$ und $x_2 = 5$

Funktionen wechseln => Schnittpunkte berechnen

$g(x) = h(x)$

$x_1 = 3$ und $x_2 = 4$



$A_1 = \int_3^4 (\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 1)dx$

$A_1 = \left[\frac{1}{9}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + x\right]_3^4$

$A_1 = \left[\frac{4}{9}\right] - [0]$

$A_1 = \frac{4}{9}FE$

$A_2 = \int_4^5 (-x^2 + 8x - 15)dx$

$A_2 = \left[-\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 15x\right]_4^5$

$A_2 = \left[-\frac{50}{3}\right] - \left[-\frac{52}{3}\right]$

$A_2 = \frac{2}{3}FE$

$$A_{ges} = A_1 + A_2 = \frac{4}{9} + \frac{2}{3} = \frac{10}{9}FE \approx 1{,}1FE$$

3. Aufgabe

$A = \int_2^8 (0{,}25x + 2)dx$

$A = \left[\frac{1}{8}x^2 + 2x\right]_2^8$

$A = [24] - [4{,}5]$

$A = 19{,}5FE$

4. Aufgabe

Rotationskörper werden nach folgendem allgemeinen Ansatz berechnet:

$$V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2\,dx$$

Man sollte vorab die gegebene Funktion quadrieren.

$$(f(x))^2 = (0{,}25x + 2)^2$$

$$(f(x))^2 = \frac{1}{16}x^2 + x + 4$$

Achtung: Binomische Formel !!!

$$V = \pi \cdot \int_2^8 \left(\frac{1}{16}x^2 + x + 4\right)dx$$

$$V = \pi \cdot \left[\frac{1}{48}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x\right]_2^8$$

$$V = \pi \cdot \left(\left[\frac{224}{3}\right] - \left[\frac{61}{6}\right]\right)$$

$$V = 202{,}6VE$$