Lösungen R 16

<u>1. Aufgabe</u>

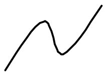
a)

$$f(x)=\frac{1}{30}x^3-0{,}2x^2-0{,}2x+2{,}1$$

$$f'(x)=0{,}1x^2-0{,}4x-0{,}2$$

$$f''(x)=0{,}2x-0{,}4$$

$$f'''(x)=0{,}2$$

1. $D=R$ **2.** $\begin{matrix} x\to-\infty; f(x)\to-\infty \\ x\to+\infty; f(x)\to+\infty \end{matrix}$  **3.** KS **4.** $S_y(0|2{,}1)$ und für S_x $f(x)=0$ =>

$$0=\frac{1}{30}x^3-0{,}2x^2-0{,}2x+2{,}1 \;\Big|\; :\frac{1}{30}$$

$0=x^3-6x^2-6x+63$ Polynomdivision mit $x_1=-3$ ergibt

$0=x^2-9x+21$ p-q-Formel ergibt eine negative Wurzel => keine weiteren Lösungen

$S_{x1}(-3|0)$

5. $f'(x)=0$

$0=0{,}1x^2-0{,}4x-0{,}2 \,|: 0{,}1$

$0=x^2-4x-2$ p-q-Formel ergibt $x_1=4{,}4$ und $x_2=-0{,}4$

$f'(x)=0 \wedge f''(x)\neq 0$

$f''(4{,}4)=0{,}5>0\Rightarrow T$ $f(4{,}4)=0{,}2$ $T(4{,}4|0{,}2)$

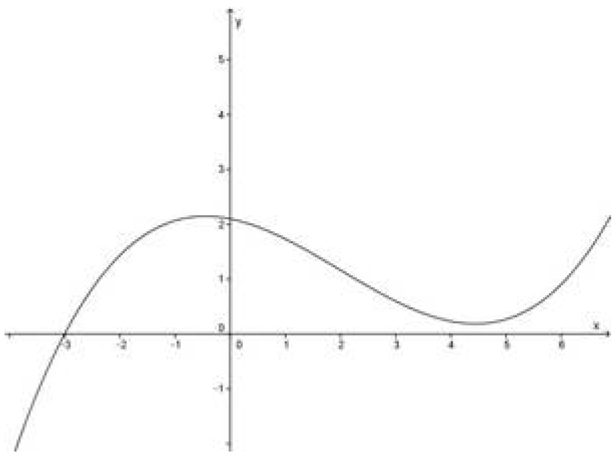
$f''(-0{,}4)=-0{,}5<0\Rightarrow H$ $f(-0{,}4)=2{,}1$ $H(-0{,}4|2{,}1)$

6. $f''(x)=0$

$0=0{,}2x-0{,}4$ $f''(x)=0\wedge f'''(x)\neq 0$ $f(2)=1{,}2$

$x=2$ $f'''(2)=0{,}2>0\Rightarrow R-L-K$ $W_{R-L}(2|1{,}2)$

7. Zeichnung



b)

Die steilste Stelle zwischen Hoch- und Tiefpunkt ist der Wendepunkt $W(2|1{,}2)$.

Die Höhe wird vom y-Wert angegeben. Da 1 LE = 1 m entspricht, liegt die steilste Stelle der Rutsche 1,2 m über dem Boden.

c)

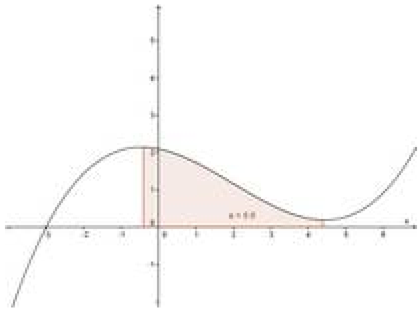
Da die Rutsche von Hochpunkt bis Tiefpunkt der Funktion f(x) geht, sind die Grenzen des Integrals vorgegeben.

$$A = \int_{-0,4}^{4,4} \left(\frac{1}{30}x^3 - 0{,}2x^2 - 0{,}2x + 2{,}1\right)dx$$

$$A = \left[\frac{1}{120}x^4 - \frac{1}{15}x^3 - 0{,}1x^2 + 2{,}1x\right]_{-0,4}^{4,4}$$

$$A = [4{,}75] - [-0{,}85]$$

$$A = 5{,}6\text{FE}$$



Da es zwei Plakate gibt, muss der Flächeninhalt verdoppelt werden. (1 FE = 1 m²)
Der Flächeninhalt beider Plakate beträgt 11,2 m².

d)

Gesucht: maximaler Flächeninhalt des rechteckigen Spielplatzes

1. $A = x \cdot y$ Hauptbedingung

2. $60 = x + 2y$ Nebenbedingung

3. $y = 30 - 0{,}5x$ Nebenbedingung umstellen

$y = 0$

$0 = 30 - 0{,}5x$ $D = [0;60]$ (für die Variable x, siehe Zielfunktion)

$x = 60$

4. $A(x) = x \cdot (30 - 0{,}5x)$

$A(x) = -0{,}5x^2 + 30x$ Zielfunktion

5. $A'(x) = -x + 30$

$A''(x) = -1$

$A'(x) = 0$

$0 = -x + 30$

$x = 30$

$A'(x) = 0 \wedge A''(x) \neq 0$

$A''(30) = -1 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

6. $y = 30 - 0{,}5 \cdot 30$

$y = 15$

7. $A = 30 \cdot 15$

$A = 450$

8. $A(0) = 0 < 450$

$A(60) = 0 < 450$

Der Spielplatz hat eine Länge von 30 m, eine Breite von 15 m und eine Fläche von 450 m².

2. Aufgabe

a)

Je ME kann ein Preis von 55,5 GE verlangt werden. =>

$p(x) = 55{,}5$

$E(x) = 55{,}5x$

$E_{max} = 666GE$

$666 = 55{,}5x \mid : 55{,}5$

$x = 12ME$

$D_{ök}\,[0;12]$

12 ME sind die Kapazitätsgrenze bei diesem Anbieter i.v.K.

b)

$G(x) = E(x) - K(x)$

$G(x) = 55{,}5x - (0{,}5x^3 - 5x^2 + 24x + 36)$

$G(x) = -0{,}5x^3 + 5x^2 + 31{,}5x - 36$

G_{max}

$G'(x) = -1{,}5x^2 + 10x + 31{,}5$

$G''(x) = -3x + 10$

$G'(x) = 0$

$0 = -1{,}5x^2 + 10x + 31{,}5 \mid : (-1{,}5)$

$0 = x^2 - \frac{20}{3}x - 21$ p-q-Formel ergibt $x_1 = 9$ und $x_2 = -2{,}3 \notin D_{ök}$

$G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0$

$G''(9) = -17 < 0 \Rightarrow$ Max.

$G(9) = 288GE$

Das Gewinnmaximum liegt bei 288 GE.

c)

$C(x_{G\max} \mid p(x_{G\max}))$

$p(9) = 55{,}5GE$

$C(9 \mid 55{,}5)$

Der Cournot'sche Punkt gibt die gewinnmaximale Menge und den zugehörigen Preis pro ME an, mit dem der maximale Gewinn erreicht wird. In diesem Fall wird mit 9 ME und einem Preis von 55,5 GE pro ME der maximale Gewinn erreicht.

d)

GS / GG

$G(x) = 0$

$0 = -0{,}5x^3 + 5x^2 + 31{,}5x - 36 \mid : (-0{,}5)$

$0 = x^3 - 10x^2 - 63x + 72$ Polynomdivision mit $x_1 = 1$ liefert

$0 = x^2 - 9x - 72$ p-q-Formel ergibt $x_2 = 14{,}1$ und $x_3 = -5{,}1 \notin D_{ök}$

GS = 1 ME

GG = 14,1 ME

Die Gewinngrenze liegt außerhalb des ökonomischen Definitionsbereichs und kann somit niemals erreicht werden.