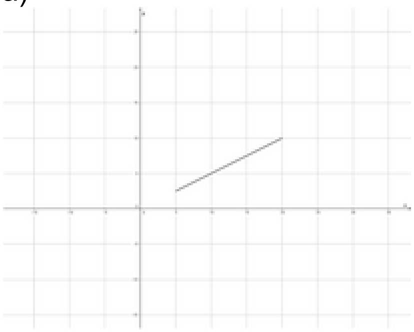
Lösungen Q 17

1. Aufgabe

a)



b)

$$V = \pi \int_5^{20} (0{,}5x)^2\,dx$$

$$V = \pi \int_5^{20} (0{,}25x^2)\,dx$$

$$V = \pi \left[\frac{1}{12}x^3\right]_5^{20}$$

$$V = \pi\left(\left[\frac{2000}{3}\right] - \left[\frac{125}{12}\right]\right)$$

$$V = \frac{2625}{4}\pi VE$$

$$V \approx 2061{,}67\,cm^3$$

c)

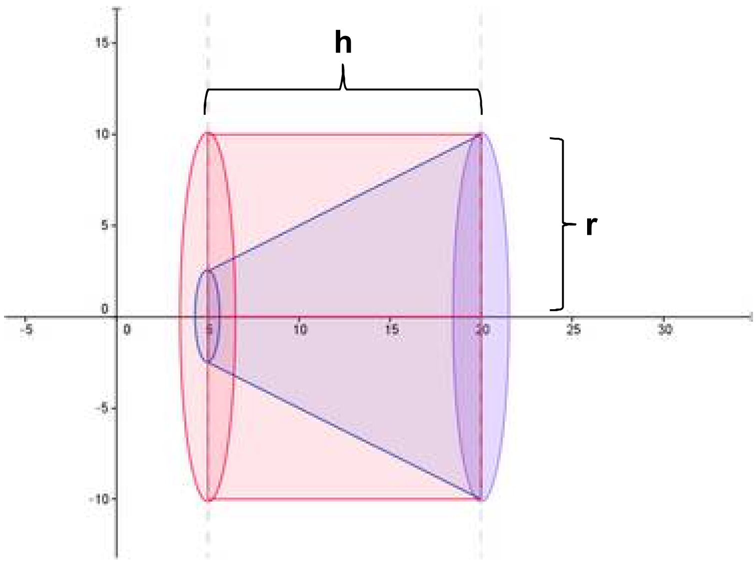
$$V_{Zyl.} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Der Radius des Zylinders ist der y-Wert der Funktion f(x) an der Stelle x = 20.
Die Höhe ist die Differenz zwischen den beiden Grenzen.

$$f(20) = 10 \quad \Rightarrow r = 10$$

$$20 - 5 = 15 \quad \Rightarrow h = 15$$

$$V_{Zyl.} = \pi \cdot 10^2 \cdot 15 \approx 4712{,}39\,cm^3$$



Volumen des abgefrästen Holzes: $V = 4712{,}39 - 2061{,}67 = 2650{,}72\,cm^3$

d)

Das Volumen des Zylinders kann auch mithilfe der Integralrechnung berechnet werden. Die waagrechte Gerade $h(x) = 10$ (Außenkante des Zylinders) erzeugt im Intervall $[5;20]$ durch Rotation den Zylinder.

$$V_{Zyl} = \pi \int_5^{20} (10)^2\,dx$$

$$V_{Zyl.} \approx 4712{,}39\,cm^3$$

Durch Differenzrechnung erhält man wieder das Volumen des abgefrästen Holzes.

Achtung!
Man kann nicht wie bei der Flächenberechnung zuerst eine Differenzfunktion bilden.
Die neue Funktion d(x) befindet sich näher an der x-Achse und somit wird der Radius des Drehkörpers und damit das Volumen kleiner.

$d(x) = h(x) - g(x)$ **Dieser Ansatz ist falsch!**
$d(x) = 10 - 0{,}5x$

Beweis:

$$V = \pi \int_{5}^{20} (10 - 0{,}5x)^2 \, dx$$

$$V = \frac{1125}{4} \pi VE$$

$V_{Rest} \approx 883{,}57 cm^3$ **Falsch!** **tatsächlich: 2650,72cm³**

e)
Da sich die Randfunktion des Körpers um eine Einheit nach oben verschiebt, sich also im gleichen Intervall „weiter weg" von der x-Achse befindet, vergrößert sich der Radius und damit das Volumen des Körpers.
(Umkehrung: Befindet sich die Randfunktion im Vergleich „näher" an der x-Achse, z.B. $g(x) = 0{,}5x - 1$, so wird der Radius und damit auch das Volumen kleiner.)

f)

$$p = \frac{P}{G} \cdot 100\%$$

$$p = \frac{2061{,}67}{4712{,}39} \cdot 100\%$$

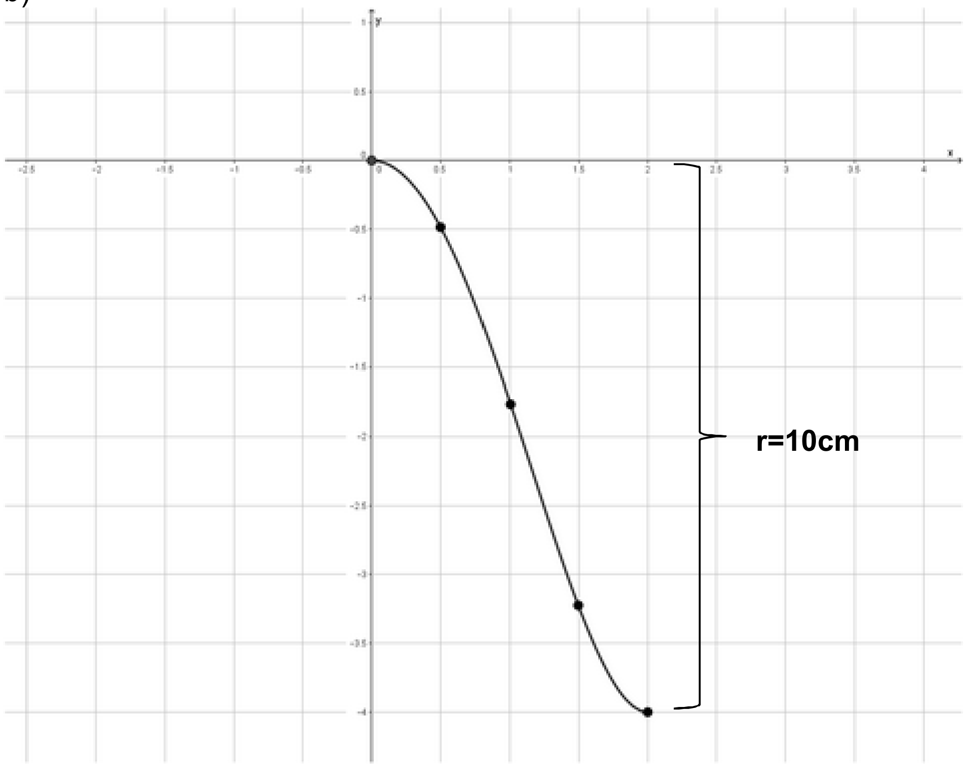
$$p \approx 43{,}75\%$$

<u>2. Aufgabe</u>
a)

$$f(x) = 0{,}25x^4 - 2x^2$$
$$f'(x) = x^3 - 4x$$
$$f''(x) = 3x^2 - 4$$

$f'(x_E) = 0$	$f'(x_E) = 0 \wedge f''(x_E) \neq 0$		
$0 = x^3 - 4x$	$f''(0) = -4 < 0 \Rightarrow H$	$f(0) = 0$	$H(0 \vert 0)$
$0 = x(x^2 - 4)$	$f''(2) = 8 > 0 \Rightarrow T$	$f(2) = -4$	$T(2 \vert -4)$
$x_{E1} = 0$	$f''(-2) = 8 > 0 \Rightarrow T$	$f(-2) = -4$	$T(-2 \vert -4)$
$0 = x^2 - 4 \vert +4 \vert \sqrt{\ }$			
$x_{E2} = 2$	Das Intervall liegt bei $[0;2]$.		
$x_{E3} = -2$			

b)



c)

$$V = \pi \int_0^2 (0{,}25x^4 - 2x^2)^2\,dx$$

$$V = \frac{3424}{315}\pi VE$$

d = 20cm => r = 10 cm für 4 LE => 1 LE = 2,5 cm => 1 VE = $2{,}5^3$ cm^3

$$V = \frac{3424}{315}\pi \cdot 2{,}5^3 \approx 533{,}57\,cm^3$$

d)

$$m = 533{,}57 \cdot 4 + 60 = 2194{,}28g \;(\approx 2{,}2kg)$$

e)

80 % aushöhlen => 20 % übrig

$$p = \frac{P}{G} \cdot 100\%$$

$$P = \frac{p \cdot G}{100\%}$$

$$P = \frac{20\% \cdot 2194{,}28g}{100\%} \approx 438{,}86g$$

Das neue Gewicht beträgt 438,86 g.