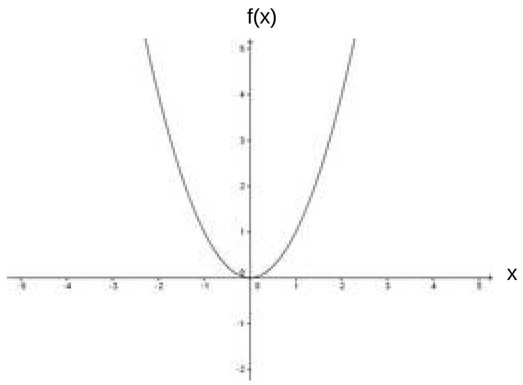
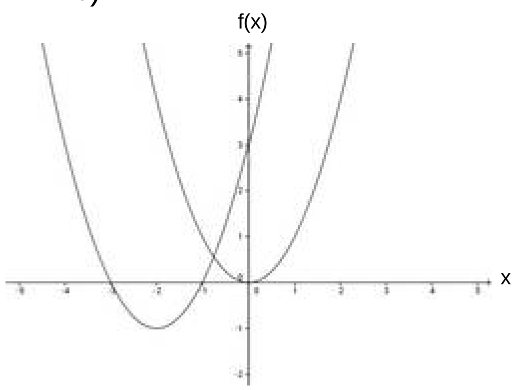
Lösungen C

Aufgabe 1

a)



b)



c) $f(x) = (x+2)^2 - 1$

Aufgabe 2

a) Aus der allgemeinen Form sind nur die Öffnungsrichtung und die Form ablesbar. Die Lage (Verschiebung) muss berechnet werden.
- nach unten geöffnet
- gestaucht
- $d = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2 \cdot (-0{,}25)} = -2$ => 2 Einheiten nach links verschoben
- $f(-2) = -\frac{1}{4} \cdot (-2)^2 - (-2) + 2$ => 3 Einheiten nach oben verschoben
  $f(-2) = 3$

b) $S_y(0|2)$ durch Ablesen
S_x durch den Befehl
$f(x) = 0$
$0 = -\frac{1}{4}x^2 - x + 2 \quad \Big| : \left(-\frac{1}{4}\right)$
$0 = x^2 + 4x - 8$
$x_{1/2} = -2 \pm \sqrt{4+8}$
$x_1 = 1{,}5$ und $x_2 = -5{,}5$
$S_{x1}(1{,}5|0)$ und $S_{x2}(-5{,}5|0)$

Aufgabe 3

P_1: $a = 1;\ S(3|1) \quad \Rightarrow f_1(x) = (x-3)^2 - 1$
P_2: $a = -1;\ S(2|4) \quad \Rightarrow f_2(x) = -(x-2)^2 + 4$

Um die Schnittpunkte zu berechnen, setzt man die beiden Funktionen gleich.

Da beide Funktionen aber in der Scheitelpunktform vorliegen, muss man sie noch in die allgemeine Form überführen.

$$f_1(x) = (x-3)^2 - 1$$
$$f_1(x) = x^2 - 6x + 9 - 1$$
$$f_1(x) = x^2 - 6x + 8$$

$$f_2(x) = -(x-2)^2 + 4$$
$$f_2(x) = -(x^2 - 4x + 4) + 4$$
$$f_2(x) = -x^2 + 4x - 4 + 4$$
$$f_2(x) = -x^2 + 4x$$

$$f_1(x) = f_2(x)$$
$$x^2 - 6x + 8 = -x^2 + 4x \quad \left| + x^2 - 4x\right.$$
$$2x^2 - 10x + 8 = 0 \left| : 2\right.$$
$$x^2 - 5x + 4 = 0$$
$$x_{1/2} = 2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 4}$$
$x_1 = 4$ und $x_2 = 1$

Jetzt muss man noch die zugehörigen y-Werte in einer der beiden Ausgangsgleichungen berechnen.

$f_2(4) = 0$ $\quad S_1(4|0)$

$f_2(1) = 3$ $\quad S_2(1|3)$

Aufgabe 4

a) Der Scheitel liegt auf der x-Achse bei S(5l0). Also hat die Parabel eine Nullstelle. Die Öffnungsrichtung (a = +0,6) spielt dabei keine Rolle.

b) Diese Parabel hat den Scheitel bei S(-2l-1). Der Punkt P (0l-2) liegt unterhalb des Scheitels, also ist die Parabel nach unten geöffnet. Da der Scheitel unterhalb der x-Achse liegt, kann es hier keine Nullstellen geben.

Aufgabe 5

a) Aus den Nullstellen bestimmt man d.

$$d = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1{,}5 + 2{,}5}{2} = 0{,}5$$

Mithilfe von $a = -1$, der Nullstelle $S_{x2}(2{,}5|0)$ und d ermittelt man e.

$$f(x) = a(x-d)^2 + e$$
$$0 = -1(2{,}5 - 0{,}5)^2 + e$$
$$0 = -4 + e$$
$$e = 4$$

b) $S(0{,}5|4)$

$$f(x) = -(x - 0{,}5)^2 + 4$$

Überführen in die allgemeine Form:

$$f(x) = -(x^2 - x + 0{,}25) + 4$$
$$f(x) = -x^2 + x - 0{,}25 + 4$$
$$f(x) = -x^2 + x + 3{,}75$$

Aufgabe 6

a) $f(x) = g(x)$

$-\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 2x + 1 \quad |-2x-1$

$-0{,}5x^2 - 2{,}5x - 2 = 0 |: (-0{,}5)$

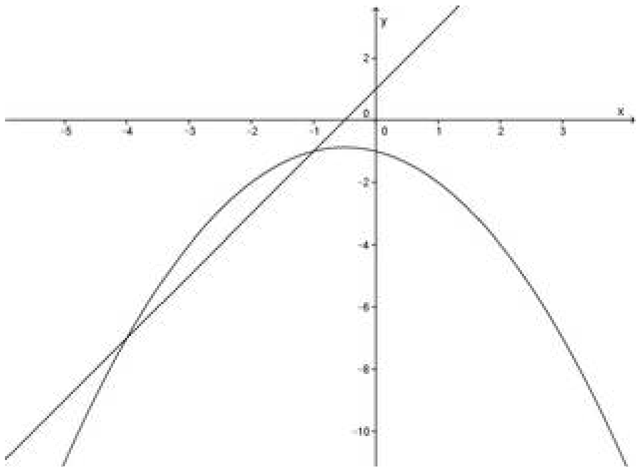
$x^2 + 5x + 4 = 0$

$x_{1/2} = -2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 4}$

$x_1 = -1$ und $x_2 = -4$

$g(-1) = -1 \qquad S_1(-1|-1)$

$g(-4) = -7 \qquad S_2(-4|-7)$



b) $f(x) = 0$

$0 = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 \Big|: \left(-\frac{1}{2}\right)$

$0 = x^2 + x + 2$

$x_{1/2} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 - 2}$

n.l.

keine Nullstellen

$g(x) = 0$

$0 = 2x + 1 | -1$

$-1 = 2x |: 2$

$-0{,}5 = x$

$S_x(-0{,}5|0)$

c) $S_y(0|-1)$ $\qquad S_y(0|+1)$

Aufgabe 7

$f(x) = a(x-d)^2 + e$

$2 = -3(3-2)^2 + e$

$2 = -3(1)^2 + e$

$2 = -3 + e$

$5 = e$

$S(2|5)$