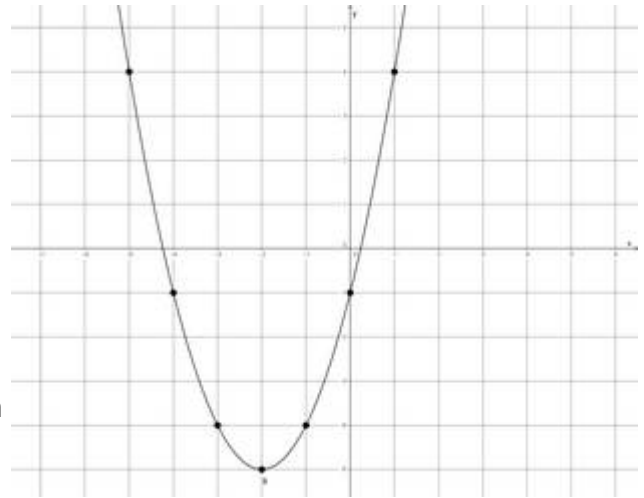


Lösungen Parabeln 2017-1

Aufgabe 1

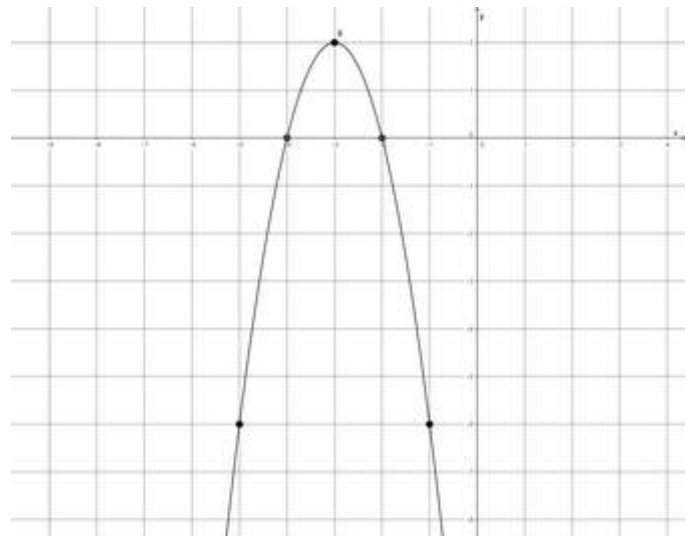
- a) Die Parabel ist:
- nach oben geöffnet,
 - normal geformt (Faktor 1),
 - 2 Einheiten nach links und
 - 5 Einheiten nach unten verschoben.
- $S(-2|-5)$



- b) Scheitel einzeichnen, beschriften
- vom Scheitel aus eine Einheit nach rechts und dann eine Einheit nach oben $+1 \cdot (1)^2 = 1$
 - vom Scheitel aus zwei Einheiten nach rechts und dann vier Einheiten nach oben $+1 \cdot (2)^2 = 4$
 - vom Scheitel aus drei Einheiten nach rechts und dann neun Einheiten nach oben $+1 \cdot (3)^2 = 9$
 - Die gleichen Punkte ergeben sich links, da eine Parabel spiegelgleich (symmetrisch) ist.

Aufgabe 2

- a) $f(x) = -2(x+3)^2 + 2$
- b) Scheitel einzeichnen $S(-3|+2)$, beschriften
- vom Scheitel aus eine Einheit nach rechts und dann zwei Einheiten nach unten $-2 \cdot (1)^2 = -2$
 - vom Scheitel aus zwei Einheiten nach rechts und dann acht Einheiten nach unten $-2 \cdot (2)^2 = -8$
 - Die gleichen Punkte ergeben sich links, da eine Parabel spiegelgleich (symmetrisch) ist.



- c) $f(x) = -2(x^2 + 6x + 9) + 2$
 $f(x) = -2x^2 - 12x - 18 + 2$
 $f(x) = -2x^2 - 12x - 16$

Aufgabe 3

$$f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$$

mit $a = -1$ und $P(-4|-2)$ also $x = -4$ und $y = -2$, $S(3|y_s)$ also $x_s = -4$

$$-2 = -1(-4 - 3)^2 + y_s$$

$$-2 = -1(-7)^2 + y_s$$

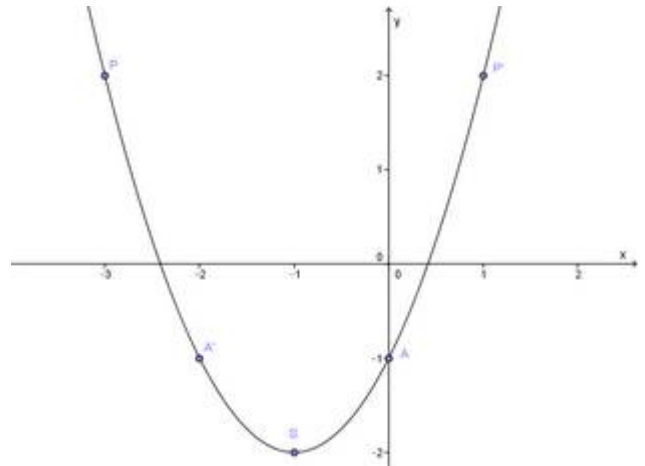
$$-2 = -1 \cdot 49 + y_s \quad \Rightarrow S(3|47)$$

$$-2 = -49 + y_s$$

$$47 = y_s$$

Aufgabe 4

- a) Den Scheitel und die zwei Punkte einzeichnen und Punkte spiegeln.
b) $S(-1|-2)$ und z.B. $P(-3|2)$ in die Scheitelpunktform einsetzen
- $$2 = a(-3 + 1)^2 - 2$$
- $$2 = a(-2)^2 - 2$$
- $$2 = a \cdot 4 - 2 \quad | + 2$$
- $$4 = 4a \quad | : 4$$
- $$1 = a$$



Aufgabe 5

- a) Die Parabel ist:
- nach unten geöffnet,
 - mit dem Faktor 0,5 gestaucht,
 - 2 Einheiten nach rechts und
 - 2 Einheiten nach oben verschoben.

- b) Aus der Scheitelpunktform:

$$f(x) = 0$$

$$0 = -0,5(x - 2)^2 + 2 \quad | - 2$$

$$-2 = -0,5(x - 2)^2 \quad | : (-0,5)$$

$$4 = (x - 2)^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\pm 2 = x - 2 \quad | + 2$$

$$x_1 = +2 + 2 = 4 \quad S_{x_1}(4|0)$$

$$x_2 = -2 + 2 = 0 \quad S_{x_2}(0|0)$$

$$x = 0$$

$$f(0) = -0,5(0 - 2)^2 + 2$$

$$f(0) = 0 \quad S_y(0|0)$$

- c) $f(x) = -0,5(x - 2)^2 + 2$

$$f(x) = -0,5(x^2 - 4x + 4) + 2$$

Binomische Formel berechnen

$$f(x) = -0,5x^2 + 2x - 2 + 2$$

Klammer auflösen / multiplizieren mit Faktor

$$f(x) = -0,5x^2 + 2x$$

Konstanten zusammenfassen

Anmerkung: Will man die Schnittpunkte mit den Achsen nicht aus der Scheitelpunktform berechnen, so überführt man zuerst in die allgemeine Form (in Aufgabe c) gefordert) und kann dann die Schnittpunkte berechnen.

$$f(x) = 0 \quad x = 0$$

$$0 = -0,5x^2 + 2x \quad | : (-0,5) \quad f(0) = 0$$

$$0 = x^2 - 4x \quad S_y(0|0)$$

$$0 = x(x - 4)$$

$$x_1 = 0 \text{ und } x_2 = 4$$

$$S_{x_1}(0|0) \quad S_{x_2}(4|0)$$

Aufgabe 6

a) Da sich der Scheitel bei $x_s = 3$ befindet und die Nullstelle mit $x_1 = 2$ eine Einheit links davon liegt, muss die andere Nullstelle wegen der Spiegelachse eine Einheit rechts vom Scheitel liegen, also bei $x_2 = 4$.

b) $f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$ Einsetzen von Scheitel und einer Nullstelle ergibt:

$$0 = a(2 - 3)^2 + 4$$

$$0 = a \cdot 1 + 4 \quad | -4$$

$$-4 = a$$

$$f(x) = -4(x - 3)^2 + 4$$

c) $f(x) = -4(x^2 - 6x + 9) + 4$

$$f(x) = -4x^2 + 24x - 36 + 4$$

$$f(x) = -4x^2 + 24x - 32$$

Aufgabe 7

a) Eine Skizze machen und daraus erkennen, dass sich der Punkt S_y oberhalb der Nullstellen befindet. Deshalb muss die Parabel nach oben geöffnet sein.

b) Der Scheitel liegt in der Mitte zwischen den beiden Nullstellen.

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3$$

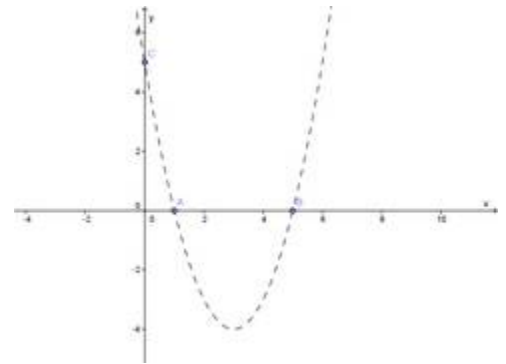
Jede Nullstelle ist vom Scheitel 2 Einheiten entfernt.

Da hier von einer Normalparabel die Rede ist, hat der Streckungsfaktor den Wert $a = 1$.

Wandert man bei einer Normalparabel vom Scheitel aus 2 Einheiten nach rechts, so muss man 4 Einheiten nach oben wandern, um wieder auf den Graphen zu treffen. Umgekehrt muss man von der rechten Nullstelle ($x_2 = 5$) aus nun 2 Einheiten nach links und 4 Einheiten nach unten wandern. Dann hat man den Scheitelpunkt ermittelt und kann die Parabel vollständig zeichnen.

c) $S(3|-4)$

$$f(x) = +1(x - 3)^2 - 4 \quad \text{oder} \quad f(x) = (x - 3)^2 - 4$$



Anmerkung:

Will man zuerst die Scheitelpunktform vervollständigen (z.B. um besser zeichnen zu können), setzt man gegebene Werte in die Scheitelpunktform ein und berechnet das fehlende y_s .

Den x-Wert des Scheitels allerdings muss man zuerst ermitteln. $a = +1$; $S_{x_2}(5|0)$; $S(3|y_s)$

$$f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$$

$$0 = 1(5 - 3)^2 + y_s$$

$$0 = 4 + y_s \quad | -4$$

$$-4 = y_s \quad S(3|-4) \quad f(x) = (x - 3)^2 - 4$$