Lösungen P 14

1. Aufgabe

Zuerst die benötigten Gleichungen aufstellen.

$K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ Kostenfunktion 3. Grades bzw. Gesamtkosten

$K_v(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ variable Kosten

$k_v'(x) = 2ax + b$ Betriebsminimum (immer = 0!)

$k(x) = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x}$ Stückkosten oder Durchschnittskosten

$K(10) = 130$ I $130 = 1000a + 100b + 10c + d$

$K_v(10) = 70$ II $70 = 1000a + 100b + 10c$

I – II $\Rightarrow 60 = d$

$k_v'(5) = 0$ III $0 = 10a + b$

$k(5) = 9$ IV $9 = 25a + 5b + c + \frac{d}{5}$ einsetzen $\Rightarrow 9 = 25a + 5b + c + 12$

umstellen $\Rightarrow -3 = 25a + 5b + c$

II $70 = 1000a + 100b + 10c$

IV $-3 = 25a + 5b + c \quad | \cdot (-10)$

$70 = 1000a + 100b + 10c$

$30 = -250a - 50b - 10c$

II + IV $\Rightarrow$ V

V $100 = 750a + 50b$

V $100 = 750a + 50b$

III $0 = 10a + b \quad | \cdot (-50)$

$100 = 750a + 50b$

$0 = -500a - 50b$

V + III $\Rightarrow 100 = 250a$

$\Rightarrow 0{,}4 = a$

a einsetzen in III $\Rightarrow -4 = b$

a und b einsetzen in IV $\Rightarrow 7 = c$

Setzt man die berechneten Variablen in die allgemeine Kostenfunktion ein, erhält man $K(x) = 0{,}4x^3 - 4x^2 + 7x + 60$

2. Aufgabe

$K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$k_v'(x) = 2ax + b$

$k_v(x) = ax^2 + bx + c$

$K_{fix} = 16$ I $16 = d$ d einsetzen in II

$K(2) = 32$ II $32 = 8a + 4b + 2c + d$ $\Rightarrow 32 = 8a + 4b + 2c + 16$ und umformen

$k_v'(1) = 0$ III $0 = 2a + b$ $\Rightarrow 16 = 8a + 4b + 2c$

$k_v(1) = 6$ IV $6 = a + b + c$

II $16 = 8a + 4b + 2c$

IV $6 = a + b + c \quad | \cdot (-2)$

$16 = 8a + 4b + 2c$

$-12 = -2a - 2b - 2c$

II + IV $\Rightarrow$ V

V $4 = 6a + 2b$

V $4 = 6a + 2b$

III $0 = 2a + b \quad | \cdot (-2)$

$4 = 6a + 2b$

$0 = -4a - 2b$

V + III $\Rightarrow 4 = 2a$

$\Rightarrow 2 = a$

a in III $\Rightarrow -4 = b$; a und b in IV $\Rightarrow 8 = c$; $\Rightarrow K(x) = 2x^3 - 4x^2 + 8x + 16$

3. Aufgabe

$K'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$k_v'(x) = 2ax + b$

$k_v(x) = ax^2 + bx + c$

$K_{fix} = 180$ I $180 = d$ d benötigt man erst am Schluss

$K'(1) = 30$ II $30 = 3a + 2b + c$

$k_v'(4,5) = 0$ III $0 = 9a + b$

$k_v(4,5) = 19,5$ IV $19,5 = 20,25a + 4,5b + c$

II $30 = 3a + 2b + c$; IV $19,5 = 20,25a + 4,5b + c \quad | \cdot (-1)$ $\Big\}$ $30 = 3a + 2b + c$; $-19,5 = -20,25a - 4,5b - c$ $\Big\}$ II + IV $\Rightarrow$ V ; V $10,5 = -17,25a - 2,5b$

V $10,5 = -17,25a - 2,5b$; III $0 = 9a + b \quad | \cdot (2,5)$ $\Big\}$ $10,5 = -17,25a - 2,5b$; $0 = 22,5a + 2,5b$ $\Big\}$ V + III $\Rightarrow 10,5 = 5,25a$; $\Rightarrow 2 = a$

a in III $\Rightarrow --18 = b$; a und b in II $\Rightarrow 60 = c$; $\Rightarrow K(x) = 2x^3 - 18x^2 + 60x + 180$

4. Aufgabe

Hier muss man unterscheiden in Angaben für p(x) und Angaben für K(x).

Bestimmung von $p(x) = m \cdot x + b$

SM = 17,5 ME $\Rightarrow (17,5|0) \quad \Rightarrow 0 = m \cdot 17,5 + b \qquad \Rightarrow 0 = m \cdot 17,5 + 2,8 \Rightarrow -0,16 = m$

HP = 2,8 GE $\Rightarrow (0|2,8) \Rightarrow 2,8 = m \cdot 0 + b \Rightarrow 2,8 = b$ oben einsetzen

$p(x) = -0,16x + 2,8$ somit lautet $E(x) = -0,16x^2 + 2,8x$

Bestimmung von $K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$k_v'(x) = 2ax + b$

$k(x) = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x}$

$K'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$k_v'(7,5) = 0$ I $0 = 15a + b$

$k(10) = 1,2$ II $1,2 = 100a + 10b + c + \frac{d}{10} \quad \Rightarrow 1,2 = 100a + 10b + c + \frac{2}{10}$

$K'(10) = 3$ III $3 = 300a + 20b + c$

$K_{fix} = 2$ IV $2 = d$ d einsetzen in II

Gleichung II umformen und kombinieren mit Gleichung III

II $1 = 100a + 10b + c \quad | \cdot (-1)$; III $3 = 300a + 20b + c$ $\Big\}$ $-1 = -100a - 10b - c$; $3 = 300a + 20b + c$ $\Big\}$ II + II $\Rightarrow$ V ; V $2 = 200a + 10b$

V $2 = 200a + 10b$; II $0 = 15a + b \quad | \cdot (-10)$ $\Big\}$ $2 = 200a + 10b$; $0 = -150a - 10b$ $\Big\}$ V + II $\Rightarrow 2 = 50a$; $\Rightarrow 0,04 = a$

a in II $\Rightarrow -0,6 = b$; a und b in III $\Rightarrow 3 = c$; $\Rightarrow K(x) = 0,04x^3 - 0,6x^2 + 3x + 2$

$G(x) = E(x) - K(x)$

$G(x) = -0{,}16x^2 + 2{,}8x - (0{,}04x^3 - 0{,}6x^2 + 3x + 2)$

$G(x) = -0{,}16x^2 + 2{,}8x - 0{,}04x^3 + 0{,}6x^2 - 3x - 2$

$G(x) = -0{,}04x^3 + 0{,}44x^2 - 0{,}2x - 2$

5. Aufgabe

Hier wird eine Gewinnfunktion gesucht. Aus dem Text kann man entnehmen, dass die Kostenfunktion 3. Grades ist, also ist auch die Gewinnfunktion 3. Grades, denn die Erlösfunktion ist hier nur linear.

$p(x) = 12 \quad \Rightarrow E(x) = 12x$

$G(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$G'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$G(2) = 16$	I	$16 = 8a + 4b + 2c + d$
$G(6) = 8$	II	$8 = 216a + 36b + 6c + d$
$G'(4) = 0$	III	$0 = 48a + 8b + c$
$K_{fix} = 40$	IV	$-40 = d$ Fixe Kosten werden vom Gewinn abgezogen!!!

d einsetzen in I und II sowie umformen ergibt

I $\quad 56 = 8a + 4b + 2c \quad |\cdot(-3)$

II $\quad 48 = 216a + 36b + 6c$

III $\quad 0 = 48a + 8b + c \quad |\cdot(-2)$

I $\quad -168 = -24a - 12b - 6c$

II $\quad 48 = 216a + 36b + 6c$

V $\quad -120 = 192a + 24b$

I $\quad 56 = 8a + 4b + 2c$

III $\quad 0 = -96a - 16b - 2c$

VI $\quad 56 = -88a - 12b$

V $\quad -120 = 192a + 24b$

VI $\quad 56 = -88a - 12b \quad |\cdot 2$

V $\quad -120 = 192a + 24b$

VI $\quad 112 = -176a - 24b$

$-8 = 16a$

$-0{,}5 = a$

a in VI $\Rightarrow -1 = b$; a und b in III $\Rightarrow 32 = c$; $\Rightarrow G(x) = -0{,}5x^3 - x^2 + 32x - 40$

$G(x) = E(x) - K(x) \quad \Rightarrow K(x) = E(x) - G(x)$

$K(x) = 12x - (-0{,}5x^3 - x^2 + 32x - 40)$ Klammer auflösen und zusammenfassen

$K(x) = 0{,}5x^3 + x^2 - 20x + 40$

6. Aufgabe

Ein Anbieter in vollständiger Konkurrenz weist eine konstante p(x) und eine lineare E(x) auf. Man kann die ökonomische Grundgleichung G = E – K auf die angegebenen 3 ME anwenden. Dazu benötigt man noch den Gewinn für 3 ME.

$G(3) = 12{,}5$ und gegeben sind $K(3) = 17{,}5$

$E(3) = G(3) + K(3)$ also $E(3) = 12{,}5 + 17{,}5 \quad \Rightarrow E(3) = 30$

Da E(x) linear ist, also $E(x)=ax$, kann man die Gleichung $p(x)=E(x):x$ umsetzen zu $p(3)=10$. Bei konstantem Preis heißt das: $p(x)=10 \Rightarrow E(x)=10x$.
Die Kostenfunktion ergibt sich dann durch $K(x)=E(x)-G(x)$ zu
$K(x)=0{,}5x^3-2x^2+4x+10$.