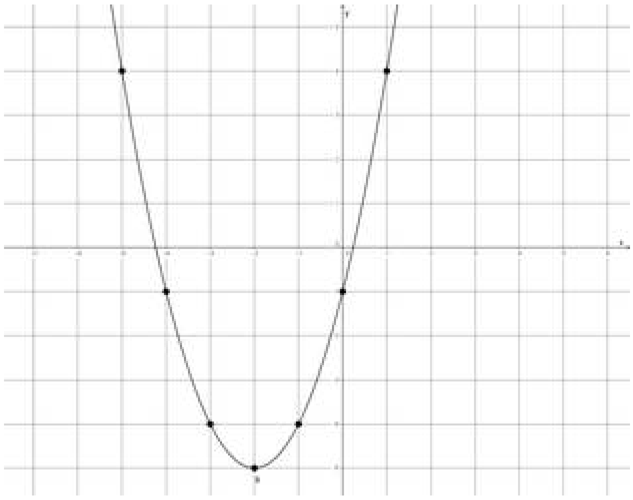
Lösungen Parabeln 2018-1

Aufgabe 1

a) Die Parabel ist:
   - nach oben geöffnet,
   - normal geformt (Faktor 1),
   - 2 Einheiten nach links und
   - 5 Einheiten nach unten verschoben.

   $S(-2|-5)$



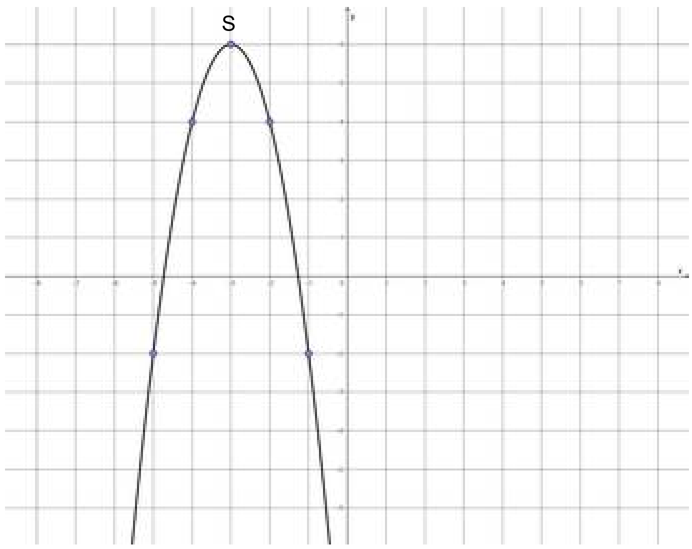
b) Scheitel einzeichnen, beschriften
   - vom Scheitel aus eine Einheit nach rechts und dann eine Einheit nach oben $+1\cdot(1)^2=1$
   - vom Scheitel aus zwei Einheiten nach rechts und dann vier Einheiten nach oben $+1\cdot(2)^2=4$
   - vom Scheitel aus drei Einheiten nach rechts und dann neun Einheiten nach oben $+1\cdot(3)^2=9$
   - Die gleichen Punkte ergeben sich links, da eine Parabel spiegelgleich (symmetrisch) ist.

Aufgabe 2

a) $f(x)=-2(x+3)^2+6$

b) Im TR die Table-Funktion aufrufen, Funktionsgleichung eingeben, Startwert -6 wegen der Größe des Koordinatensystems, Endwert +6, Schrittweite/Step/Inkre 1, da nicht anders angegeben
   Es lassen sich nicht alle berechneten Punkte einzeichnen.

   Alternativ kann man hier auch ohne TR zeichnen:
   Scheitel einzeichnen $S(-3|+6)$, beschriften
   - vom Scheitel aus eine Einheit nach rechts und dann zwei Einheiten nach unten $-2\cdot(1)^2=-2$
   - vom Scheitel aus zwei Einheiten nach rechts und dann acht Einheiten nach unten $-2\cdot(2)^2=-8$
   - Die gleichen Punkte ergeben sich links, da eine Parabel spiegelgleich (symmetrisch) ist.



c) $f(x)=-2(x^2+6x+9)+6$

   $f(x)=-2x^2-12x-18+6$

   $f(x)=-2x^2-12x-12$

Aufgabe 3

$f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$

mit $a = -1$ und $P(-4|-2)$ also $x = -4$ und $y = -2$, $S(3|y_S)$ also $x_S = 3$

$-2 = -1(-4-3)^2 + y_S$

$-2 = -1(-7)^2 + y_S$

$-2 = -1 \cdot 49 + y_S \qquad \Rightarrow S(3|47)$

$-2 = -49 + y_S$

$47 = y_S$

Aufgabe 4

a) Den Scheitel und die zwei Punkte einzeichnen und Punkte spiegeln.

b) $S(-1|-2)$ und z.B. $P(-3|2)$ in die Scheitelpunktform einsetzen

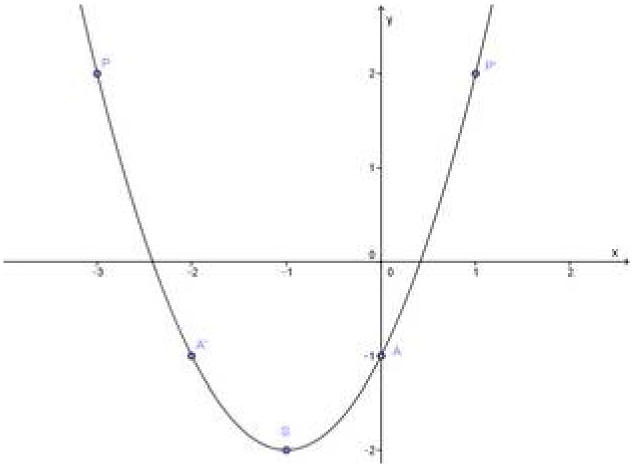
$2 = a(-3+1)^2 - 2$

$2 = a(-2)^2 - 2$

$2 = a \cdot 4 - 2 \,|+2$

$4 = 4a \,|:4$

$1 = a$



Aufgabe 5

a) Die Parabel ist:
- nach unten geöffnet,
- mit dem Faktor 0,5 gestaucht,
- 2 Einheiten nach rechts und
- 2 Einheiten nach oben verschoben.

b) Aus der Scheitelpunktform:

$f(x_N) = 0$

$0 = -0{,}5(x-2)^2 + 2 \,|-2$

$-2 = -0{,}5(x-2)^2 \,|:(-0{,}5)$

$4 = (x-2)^2 \,|\sqrt{\ }$

$\pm 2 = x - 2 \,|+2$

$x_{N1} = +2 + 2 = 4 \qquad S_{x1}(4|0)$

$x_{N2} = -2 + 2 = 0 \qquad S_{x2}(0|0)$

$x = 0$

$f(0) = -0{,}5(0-2)^2 + 2$

$f(0) = 0 \qquad S_y(0|0)$

alternativ mit pq-Formel nach Überführung

$f(x_N) = 0$

$0 = -0{,}5x^2 + 2x \,|:(-0{,}5)$

$0 = x^2 - 4x + 0$

$x_{N1/2} = 2 \pm \sqrt{2^2 - 0}$

$x_{N1} = 4 \qquad S_{x1}(4|0)$

$x_{N2} = 0 \qquad S_{x2}(0|0)$

$x = 0$

$f(0) = -0{,}5 \cdot 0^2 + 2 \cdot 0$

$f(0) = 0 \qquad S_y(0|0)$

c) $f(x) = -0{,}5(x-2)^2 + 2$

$f(x) = -0{,}5(x^2 - 4x + 4) + 2$	Binomische Formel berechnen
$f(x) = -0{,}5x^2 + 2x - 2 + 2$	Klammer auflösen / multiplizieren mit Faktor
$f(x) = -0{,}5x^2 + 2x$	Konstanten zusammenfassen

Aufgabe 6

a) Da sich der Scheitel bei $x_S = 3$ befindet und die Nullstelle mit $x_{N1} = 2$ eine Einheit links davon liegt, muss die andere Nullstelle wegen der Spiegelachse durch den Scheitel eine Einheit rechts vom Scheitel liegen, also bei $x_{N2} = 4$.

b) Der Operator (Arbeitsanweisung) „Formulieren“ legt nicht fest, ob man rechnerisch oder zeichnerisch den Streckungsfaktor bestimmt.

$f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$ Einsetzen von Scheitel und einer Nullstelle ergibt:

$0 = a(2-3)^2 + 4$

$0 = a \cdot 1 + 4 \,|\, -4$

$-4 = a$

$f(x) = -4(x-3)^2 + 4$

Alternativ kann man die Punkte und somit die Parabel auch zeichnen und aus der Zeichnung heraus den Streckungsfaktor a ermitteln, indem man den Weg vom Scheitel bis zur Nullstelle notiert: eine Einheit nach links und 4 Einheiten nach unten. Der Weg nach links (oder rechts) steht in einem Bruch im Nenner, der Weg nach unten (oder oben) steht im Zähler.

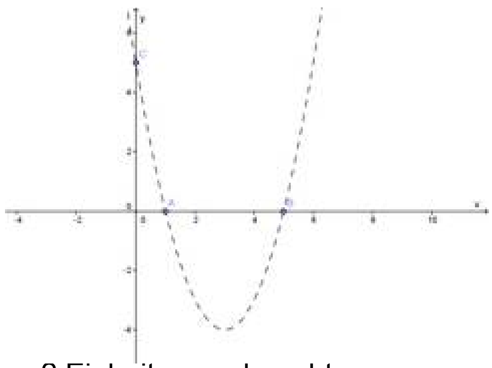
$$a = \frac{-4}{1} = -4$$

c) $f(x) = -4(x^2 - 6x + 9) + 4$

$f(x) = -4x^2 + 24x - 36 + 4$

$f(x) = -4x^2 + 24x - 32$

Aufgabe 7



a) Eine Skizze machen und daraus erkennen, dass sich der Punkt S_y oberhalb der Nullstellen befindet. Deshalb muss die Parabel nach oben geöffnet sein.

b) Der Scheitel liegt in der Mitte zwischen den beiden Nullstellen.

$$x_S = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1+5}{2} = 3$$

Da hier von einer Normalparabel die Rede ist, hat der Streckungsfaktor den Wert $a = 1$.
Wandert man bei einer Normalparabel vom Scheitel aus 2 Einheiten nach rechts, so muss man 4 Einheiten nach oben wandern, um wieder auf den Graphen zu treffen. Umgekehrt muss man von der rechten Nullstelle ($x_{N2} = 5$) aus nun 2 Einheiten nach links und 4 Einheiten nach unten wandern. Dann hat man den Scheitelpunkt ermittelt und kann die Parabel vollständig zeichnen.

c) $S(3|-4)$

$f(x) = +1(x-3)^2 - 4$ oder $f(x) = (x-3)^2 - 4$