Lösungen N 17

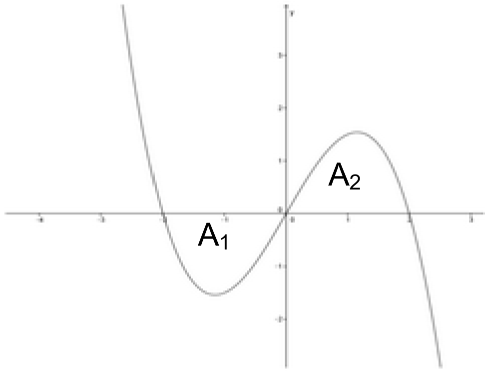
1. Aufgabe

Fläche mit der x-Achse => Nullstellen ermitteln von $f(x) = -0{,}5x^3 + 2x$

$f(x_N) = 0$

$0 = -0{,}5x^3 + 2x$

Skizze



TR: $x_{N1} = 2$

$x_{N2} = -2$

$x_{N3} = 0$

$A_1 = A_2$ da PS

A_2 günstiger, da positives x und positive Fläche

$$A_2 = \int_0^2 (-0{,}5x^3 + 2x)dx$$

$$A_2 = \left[-\frac{1}{8}x^4 + x^2\right]_0^2$$

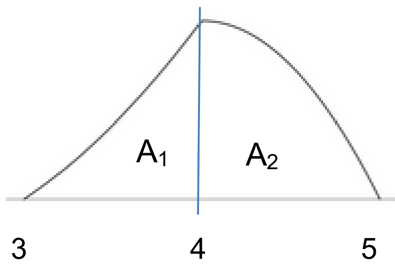
$$A_2 = [2] - [0]$$

$$A_2 = 2FE$$

$$A_{ges} = 2 \cdot A_2 = 2 \cdot 2 = 4FE$$

2. Aufgabe

Fläche mit der x-Achse => Nullstellen ermitteln von beiden Funktionen



$g(x_N) = 0$

$0 = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 1$

TR:

$x_{N1} = 1$ und $x_{N2} = 3$

$h(x_N) = 0$

$0 = -x^2 + 8x - 15$

TR:

$x_{N1} = 3$ und $x_{N2} = 5$

Funktionen wechseln => Schnittpunkte ermitteln

$g(x) = h(x)$

$\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 1 = -x^2 + 8x - 15$

$\frac{4}{3}x^2 - \frac{28}{3}x + 16 = 0$

TR: $x_1 = 3$ und $x_2 = 4$

$$A_1 = \int_3^4 (\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 1)dx$$

$$A_1 = \left[\frac{1}{9}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + x\right]_3^4$$

$$A_1 = \left[\frac{4}{9}\right] - [0]$$

$$A_1 = \frac{4}{9}FE$$

$$A_2 = \int_4^5 (-x^2 + 8x - 15)dx$$

$$A_2 = \left[-\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 15x\right]_4^5$$

$$A_2 = \left[-\frac{50}{3}\right] - \left[-\frac{52}{3}\right]$$

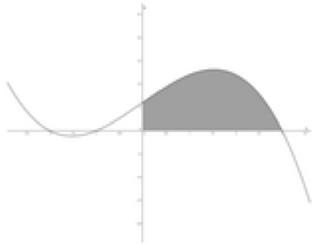
$$A_2 = \frac{2}{3}FE$$

$$A_{ges} = A_1 + A_2 = \frac{4}{9} + \frac{2}{3} = \frac{10}{9}FE$$

3. Aufgabe

Grenzen = Nullstellen

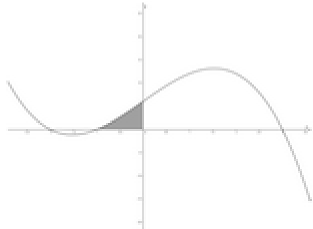
a) Fläche im I. Quadranten $[0;3]$



$$A = \int_{0}^{3} (-x^3 + 7x + 6)dx$$

$$A = \frac{117}{4} FE$$

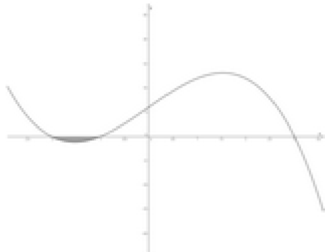
b) Fläche im II. Quadranten $[-1;0]$



$$A = \int_{-1}^{0} (-x^3 + 7x + 6)dx$$

$$A = \frac{11}{4} FE$$

c) Fläche im III. Quadranten $[-2;-1]$



$$A = \left| \int_{-2}^{-1} (-x^3 + 7x + 6)dx \right|$$

$$A = \left| -\frac{3}{4} \right|$$

$$A = \frac{3}{4} FE$$

4. Aufgabe

Fläche zwischen zwei Funktionen => Schnittpunkte ermitteln

Funktion zum Integrieren = Differenzfunktion

Zur Berechnung muss p(x) erst umgeformt werden.

$$p(x) = 0{,}25(x-4)^2 - 4$$

$$p(x) = 0{,}25(x^2 - 8x + 16) - 4$$

$$p(x) = 0{,}25x^2 - 2x + 4 - 4$$

$$p(x) = 0{,}25x^2 - 2x$$

$$d(x) = f(x) - p(x)$$

$$d(x) = -0{,}25x^2 + 2x - (0{,}25x^2 - 2x)$$

$$d(x) = -0{,}25x^2 + 2x - 0{,}25x^2 + 2x$$

$$d(x) = -0{,}5x^2 + 4x$$

$$d(x) = 0$$

$$0 = -0{,}5x^2 + 4x$$

TR: $x_1 = 0$ und $x_2 = 8$

$$A = \int_{0}^{8} (-0{,}5x^2 + 4x)dx$$

$$A = \left[-\frac{1}{6}x^3 + 2x^2 \right]_0^8$$

$$A = \left[\frac{128}{3} \right] - [0]$$

$$A = 42{,}67 cm^2$$

5. Aufgabe
Fläche zwischen zwei Funktionen => Schnittpunkte ermitteln
Funktion zum Integrieren = Differenzfunktion

$$d(x) = f(x) - h(x)$$
$$d(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - (0{,}4x^3 - 2{,}6x^2 + 4x)$$
$$d(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 0{,}4x^3 + 2{,}6x^2 - 4x$$
$$d(x) = 0{,}6x^3 - 5{,}4x^2 + 12x$$

$$d(x) = 0$$
$$0 = 0{,}6x^3 - 5{,}4x^2 + 12x$$
TR: $x_1 = 0$
$x_2 = 5$
$x_3 = 4$

$$A_1 = \int_0^4 (0{,}6x^3 - 5{,}4x^2 + 12x)dx$$
$$A_1 = \left[\frac{3}{20}x^4 - \frac{9}{5}x^3 + 6x^2\right]_0^4$$
$$A_1 = \left[\frac{96}{5}\right] - [0]$$
$$A_1 = \frac{96}{5}\text{FE}$$

$$A_2 = \left|\int_4^5 (0{,}6x^3 - 5{,}4x^2 + 12x)dx\right|$$
$$A_2 = \left|\left[\frac{3}{20}x^4 - \frac{9}{5}x^3 + 6x^2\right]_4^5\right|$$
$$A_2 = \left|\left[\frac{75}{4}\right] - \left[\frac{96}{5}\right]\right|$$
$$A_2 = \left|-\frac{9}{20}\right|$$
$$A_2 = \frac{9}{20}\text{FE}$$

$$A_{ges} = A_1 + A_2 = \frac{96}{5} + \frac{9}{20} = \frac{393}{20}\text{FE}$$