Lösungen N 16

<u>1. Aufgabe</u>

a) $p(x) = -7x + 79$

$E(x) = -7x^2 + 79x$

$G(x) = E(x) - K(x)$

$G(x) = -7x^2 + 79x - (x^3 - 15x^2 + 75x + 32)$

$G(x) = -x^3 + 8x^2 + 4x - 32$

$G(x) = 0$

$0 = -x^3 + 8x^2 + 4x - 32 \,|: (-1)$

$0 = x^3 - 8x^2 - 4x + 32$

Polynomdivision mit $x_1 = 2$ ergibt $0 = x^2 - 6x - 16$

p-q ergibt $x_2 = 8$ und $x_3 = -2 \notin D_{ök}$

Die Gewinnschwelle liegt bei 2 ME und die Gewinngrenze bei 8 ME.

b) $G'(x) = -3x^2 + 16x + 4$

$G''(x) = -6x + 16$

$G'(x) = 0$

$0 = -3x^2 + 16x + 4 \,|: (-3)$

$0 = x^2 - \frac{16}{3}x - \frac{4}{3}$

p-q liefert $x_1 = 5{,}6$ und $x_2 = -0{,}2 \notin D_{ök}$

$G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0$

$G''(5{,}6) = -17{,}6 < 0 \Rightarrow$ Max. $x_{G\max} = 5{,}6\text{ME}$

Cournot'scher Punkt

$C(x_{G\max} | p(x_{G\max}))$ gewinnmaximale Menge und zugehöriger Preis

$p(5{,}6) = 39{,}8$

$C(5{,}6 | 39{,}8)$

Bei 5,6 ME und einem Preis von 39,8 GE pro ME wird der maximale Gewinn erzielt.

c) $E(5) = 220$

Der Erlös bei 5 ME beträgt 220 GE.

d) $p(x) = 23$

$23 = -7x + 79$

$x = 8$

Bei 8 ME wird ein Preis von 23 GE vorausgesetzt.

<u>2. Aufgabe</u>

a) $E(x) = K(x) + G(x)$

$E(x) = 5x^3 - 6x^2 + 45x + 17 - 5x^3 + x^2 - 30x - 17$

$E(x) = -5x^2 + 15x$

$E(x) = p(x) : x$

$p(x) = -5x + 15$

Monopolist

b) $p(x) = -12x + 36$

$E(x) = p(x) \cdot x$

$E(x) = -12x^2 + 36x$

$K(x) = E(x) - G(x)$

$K(x) = -12x^2 + 36x - (-0{,}5x^3 + 2x^2 - 12x - 25)$

$K(x) = 0{,}5x^3 - 14x^2 + 48x + 25$

3. Aufgabe

a) $E(x) = -4x^2 + 102x$ $p(x) = E(x) : x$

$p(x) = -4x + 102$ Der Höchstpreis liegt bei 102 GE.

$p(x) = 0$

$0 = -4x + 102$

$x = 25{,}5$ Die Sättigungsmenge wird bei 25,5 ME erreicht.

b) $E'(x) = -8x + 102$ $0 = -8x + 102$ $E'(x) = 0 \wedge E''(x) \neq 0$

$E''(x) = -8$ $x = 12{,}75$ $E''(12{,}75) = -8 < 0 \Rightarrow$ Max.

$E'(x) = 0$ $E(12{,}75) = 650{,}25$

Das Erlösmaximum von 650,25 GE wird mit 12,75 ME erreicht.

c) $G(x) = -0{,}5x^3 + 130x - 256$ $G(x) = 0$

$0 = -0{,}5x^3 + 130x - 256 \,|\, : (-0{,}5)$ Polynomdivision mit $x_1 = 2$ ergibt $0 = x^2 + 2x - 256$

$0 = x^3 + 0x^2 - 260x + 512$

p-q liefert $x_2 = 15$ und $x_3 = -17 \notin D_{ök}$

Die GS liegt bei 2 ME, Die GG bei 15 ME.

d) $G'(x) = -1{,}5x^2 + 130$ $G'(x) = 0$ $0 = x^2 - 86{,}7 \,|\, + 86{,}7$

$G''(x) = -3x$ $0 = -1{,}5x^2 + 130 \,|\, : (-1{,}5)$ $x^2 = 86{,}7 \,|\, \sqrt{}$

$x_1 = 9{,}3$ und $x_2 = -9{,}3 \notin D_{ök}$

$x_{G\max} = 9{,}3 ME$

$G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0$

$G''(9{,}3) = -27{,}9 < 0 \Rightarrow$ Max. $G(9{,}3) = 550{,}8$

Das Gewinnmaximum beträgt 550,8 GE und wird mit 9,3 ME erreicht.

e) $p(x) = -4x + 102$

$p(9{,}3) = 64{,}8$ $C(9{,}3 | 64{,}8)$

Bei 9,3 ME und einem Preis von 64,8 GE pro ME wird der maximale Gewinn erzielt.

4. Aufgabe

a) $p(x) = 250$ $G(x) = E(x) - K(x)$

$E(x) = 250x$ $G(x) = 250x - (5x^3 - 60x^2 + 250x + 200)$

$G(x) = -5x^3 + 60x^2 - 200$

Kein Antwortsatz nötig.

b) $G'(x) = -15x^2 + 120x$ $G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0$

$G''(x) = -30x + 120$ $G''(0) = 120 > 0 \Rightarrow$ Min.

$G'(x) = 0$ $G''(8) = -120 < 0 \Rightarrow$ Max.

$0 = -15x^2 + 120x \,|\, : (-15)$ $G(8) = 1080$

$0 = x^2 - 8x$

x ausklammern ergibt $x_1 = 0$ und $x_2 = 8$

Das Gewinnmaximum liegt bei 1080 GE und wird mit 8 ME erreicht.

c) $E(x) = K(x)$ oder $G(x) = 0$

$0 = -5x^3 + 60x^2 - 200 \,|\, :(-5)$

$0 = x^3 - 12x^2 + 40$ Polynomdivision mit $x_1 = 2$ ergibt $0 = x^2 - 10x - 20$

p-q liefert $x_2 = 11{,}7$ und $x_3 = -1{,}7 \notin D_{ök}$

Bei 2 ME und bei 11,7 ME werden die Kosten vom Erlös genau gedeckt.

d) $G(80) = -2.176.200$

An der Kapazitätsgrenze macht man Verlust.

<u>5. Aufgabe</u>

a) $E(x) = -3x^2 + 21x$

$p(x) = -3x + 21$

$p(x) = 0$

$x = 7 \quad SM = 7ME$

b) $G(x) = E(x) - K(x)$ einsetzen und umformen ergibt

$G(x) = -0{,}5x^3 + 1{,}5x^2 + 6x - 5$

$G'(x) = -1{,}5x^2 + 3x + 6$

$G''(x) = -3x + 3$

$G'(x) = 0$

mit p-q-Formel ergibt sich $x_1 = 3{,}2$ und $x_2 = -1{,}2 \notin D_{ök}$

$G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0$

$G''(3{,}2) = -6{,}6 < 0 \Rightarrow$ Max.

$G(3{,}2) = 13{,}2\,GE$ Stimmt.

c) $E'(x) = -6x + 21$

$E''(x) = -6$

$E'(x) = 0$

$x = 3{,}5$

$E'(x) = 0 \wedge E''(x) \neq 0$

$E''(3{,}5) = -6 < 0 \Rightarrow$ Max.

$G(3{,}5) = 12{,}9GE$

Mit der erlösmaximalen Menge erzielt man einen Gewinn von 12,9 GE.

d) $x_{G\max} = 3{,}2ME$

$p(3{,}2) = 11{,}4$

$C(3{,}2 | 11{,}4)$

Bei 3,2 ME und einem Preis von 11,4 GE pro ME wird der maximale Gewinn erzielt.