

# Lösungen M 14

## 1. Aufgabe

a)  $p(x) = -0,8x + 14 \Rightarrow$  Höchstpreis HP = 14 GE  
 $p(x) = 0 \Rightarrow x = 17,5 \Rightarrow$  Sättigungsmenge SM = 17,5 ME  
 $D_{ök} = [0; SM]$  also  $D_{ök} = [0; 17,5]$

b)  $E(x) = p(x) \cdot x$  Erlösmaximum  $0 = -1,6x + 14$   
 $E(x) = (-0,8x + 14) \cdot x$   $E'(x) = 0 \wedge E''(x) \neq 0$   $x = 8,75$   
 $E(x) = -0,8x^2 + 14x$   $E'(x) = -1,6x + 14$   $E''(8,75) = -1,6 < 0 \Rightarrow$  Max.  
 $E''(x) = -1,6$   $E(8,75) = 61,25$

Das Erlösmaximum liegt bei 61,25 GE und wird mit 8,75 ME erreicht.

c)  $G(x) = E(x) - K(x)$   
 $G(x) = -0,8x^2 + 14x - (0,2x^3 - 3x^2 + 15x + 10)$   
 $G(x) = -0,8x^2 + 14x - 0,2x^3 + 3x^2 - 15x - 10$   
 $G(x) = -0,2x^3 + 2,2x^2 - x - 10$

Gewinnschwelle und -grenze erhält man mit  $G(x) = 0$

$0 = -0,2x^3 + 2,2x^2 - x - 10 \mid : (-0,2)$  Polynomdivision mit  $x_1 = 10$  ergibt  $0 = x^2 - x - 5$   
 $0 = x^3 - 11x^2 + 5x + 50$   
p-q liefert  $x_2 = 2,8$  und  $[x_3 = -1,8]$

Die Gewinnschwelle GS liegt bei 2,8 ME, die Gewinnngrenze GG bei 10 ME.

d) gewinnmaximale Ausbringungsmenge  $x_{G \max}$  mit  
 $G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0$   $0 = -0,6x^2 + 4,4x - 1 \mid : (-0,6)$   
 $G'(x) = -0,6x^2 + 4,4x - 1$   $0 = x^2 - \frac{22}{3}x + \frac{5}{3}$   
 $G''(x) = -1,2x + 4,4$  p-q liefert  $x_1 = 7,1$  und  $x_2 = 0,2$   
 $G''(7,1) = -4,1 < 0 \Rightarrow$  Max.  $x_{G \max}$   
 $G''(0,2) = +4,1 > 0 \Rightarrow$  Min.

Cournot'scher Punkt

$C(x_{G \max} \mid p(x_{G \max}))$  gewinnmaximale Menge und zugehöriger Preis

$p(7,1) = 8,3$

$C(7,1 \mid 8,3)$  Bei 7,1 ME und einem Preis von 8,3 GE pro ME wird der maximale Gewinn erzielt.

## 2. Aufgabe

a)  $D_{ök} = [0; x_{Kap}]$  also  $D_{ök} = [0; 100]$

b)  $K(100) = 5720$   $p(x) = 53$   $G(x) = E(x) - K(x)$   
 $E(x) = 53x$   $G(x) = 5300 - 5720$   
 $E(100) = 5300$   $G(x) = -420$

Man würde einen Verlust von 420 GE machen.

c) Gewinnzone = GG - GS  $\Rightarrow G(x) = 0$  also erst  $G(x)$  bilden  
 $G(x) = E(x) - K(x)$

$$G(x) = 53x - (0,01x^3 - x^2 + 50x + 720)$$

$$G(x) = 53x - 0,01x^3 + x^2 - 50x - 720$$

$$G(x) = -0,01x^3 + x^2 + 3x - 720 \quad G(x) = 0$$

$$0 = -0,01x^3 + x^2 + 3x - 720 \quad | :(-0,01)$$

$$0 = x^3 - 100x^2 - 300x + 72000$$

Polynomdivision mit  $x_1 = 30$  ergibt  $0 = x^2 - 70x - 2400$

p-q liefert  $x_2 = 95,2$  und  $[x_3 = -25,2]$

$$GS = 30 \text{ ME und } GG = 95,2 \text{ ME}$$

$$\text{Gewinnzone} = 95,2 - 30 = 65,2 \text{ ME}$$

Die Gewinnzone hat eine Größe von 65,2 ME.

Vor der Gewinnschwelle macht man Verlust, nach der Gewinngrenze ebenfalls.

d) gewinnmaximale Ausbringungsmenge  $x_{G \max}$  mit

$$G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0 \quad 0 = -0,03x^2 + 2x + 3 \quad | :(-0,03)$$

$$G'(x) = -0,03x^2 + 2x + 3 \quad 0 = x^2 - \frac{200}{3}x - 100$$

$$G''(x) = -0,06x + 2 \quad \text{p-q liefert } x_1 = 68,1 \text{ und } [x_2 = -1,5]$$

$$G''(68,1) = -2,1 < 0 \Rightarrow \text{Max. } x_{G \max}$$

$$G(68,1) = 963,7 \text{ Gewinnmaximum}$$

Cournot'scher Punkt

$C(x_{G \max} | p(x_{G \max}))$  gewinnmaximale Menge und zugehöriger Preis

$$p(68,1) = 53, \text{ da Preis konstant} \Rightarrow C(68,1 | 53)$$

Bei 68,1 ME und einem Preis von 53 GE pro ME wird der maximale Gewinn von 963,7 GE erzielt.

### 3. Aufgabe

a)  $p(x) = 0 \Rightarrow SM = 9 \Rightarrow D_{\text{ök}} = [0; 9]$

b)  $E(x) = p(x) \cdot x \Rightarrow E(x) = -2x^2 + 18x$

$$G(x) = E(x) - K(x) \Rightarrow G(x) = -0,25x^3 + 12x - 12,5$$

c)  $G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0 \quad 0 = -0,75x^2 + 12 \quad | :(-0,75)$

$$G'(x) = -0,75x^2 + 12 \quad 0 = x^2 - 16 \quad | +16$$

$$G''(x) = -1,5x \quad \text{Wurzel ziehen ergibt } x_1 = 4 \text{ und } [x_2 = -4]$$

$$G''(4) = -6 < 0 \Rightarrow \text{Max. } x_{G \max}$$

$$G(4) = 19,5 \text{ Gewinnmaximum}$$

$$p(4) = 10 \Rightarrow \text{Cournot'scher Punkt } C(4 | 10)$$

Bei 4 ME und einem Preis von 10 GE pro ME wird der maximale Gewinn von 19,5 GE erzielt.

### 4. Aufgabe

a)  $G(x) = 0$

$$0 = -x^3 + 9x^2 - 2x - 48 \quad | :(-1)$$

$$0 = x^3 - 9x^2 + 2x + 48$$

Polynomdivision mit  $x_1 = 8$  ergibt  $0 = x^2 - x - 6$

p-q liefert  $x_2 = 3$  und  $[x_3 = -2]$

$$\text{Gewinnzone} = 8 - 3 = 5 \text{ ME}$$

Die Gewinnzone hat eine Größe von 5 ME.

b)  $G(x) = -x^3 + 9x^2 - 2x - 48$

$G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0$        $0 = -3x^2 + 18x - 2 \mid :(-3)$

$G'(x) = -3x^2 + 18x - 2$        $0 = x^2 - 6x + \frac{2}{3}$

$G''(x) = -6x + 18$       p-q liefert  $x_1 = 5,9$  und  $x_2 = 0,1$

$G''(5,9) = -17,4 < 0 \Rightarrow \text{Max. } x_{G \max}$

$G''(0,1) = +17,4 < 0 \Rightarrow \text{Min.}$

$G(5,9) = 48,1$  Gewinnmaximum

Bei 5,9 ME wird das Gewinnmaximum von 48,1 GE erreicht.

c)  $E(x) = p(x) \cdot x \mid : x$       oder       $E(x) = 0$       Nullstellen sind die Grenzen des  $D_{\text{ök}}$   
 $p(x) = E(x) : x$        $0 = -3x^2 + 63x \mid :(-3)$   
 $p(x) = -3x + 63$        $0 = x^2 - 21x$   
 $p(x) = 0$        $0 = x(x - 21) \Rightarrow x_1 = 0$  und  $x_2 = 21$   
 $SM = 21 \text{ ME}$       also  
 $D_{\text{ök}} = [0;21]$        $D_{\text{ök}} = [0;21]$

d)  $G(9) = -66$  Bei 9 ME macht man einen Verlust von 66 GE.

e)  $G(x) = E(x) - K(x)$  umstellen in  $K(x) = E(x) - G(x)$ , daraus ergibt sich dann

$K(x) = x^3 - 12x^2 + 65x + 48$

$K(10) = 498 \text{ GE}$

Bei 10 ME entstehen Kosten in Höhe von 498 GE.