

Lösungen K 18

1. Aufgabe

a) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
 $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

<u>Angaben</u>	<u>Mathematisierung</u>	<u>Gleichungen</u>
$S_y(0 6)$	$f(0) = 6$	I $d = 6$
$x = 0; m = 0$	$f'(0) = 0$	II $c = 0$
$T(2 2)$	$f(2) = 2$	III $8a + 4b + 2c + d = 2$
$x = 2; m = 0$	$f'(2) = 0$	IV $12a + 4b + c = 0$

Da der Parameter c entfällt, ist es ein Gleichungssystem mit drei Variablen.

TR: $a = 1; b = -3; d = 6 \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 + 6$

b₁)

$f(0) = 6$

Zu Beginn sind es 600 gesunde Bäume.

b₂)

geringster Bestand => Tiefpunkt

$f'(x_E) = 0$ $f'(x) = 3x^2 - 6x$

$0 = 3x^2 - 6x$

$x_{E1} = 0$ und $x_{E2} = 2$

$f'(x_E) = 0 \wedge f''(x_E) \neq 0$ $f''(x) = 6x - 6$

$f''(0) = -6 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

$f''(2) = 6 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$

Nach 2 Jahren ist der Bestand an gesunden Bäumen am geringsten.

b₃)

stärkste Abnahme an der Wendestelle ; Abnahme = Steigung an dieser Stelle

$f''(x_W) = 0$

$0 = 6x - 6$

$x_W = 1$

$f''(x_W) = 0 \wedge f'''(x_W) \neq 0$ $f'''(x) = 6$

$f'''(1) = 6 > 0 \Rightarrow \text{R-L-K}$

Nach einem Jahr ist die Abnahme am stärksten.

$f'(1) = -3$

Die Abnahme beträgt zu diesem Zeitpunkt 300 Bäume pro Jahr.

b₄)

Zu Beginn sind es 600 Bäume, also $f(x) = 6$.

$6 = x^3 - 3x^2 + 6 | -6$

$0 = x^3 - 3x^2$

$x_{1/2} = 0$ und $x_3 = 3$

Nach 3 Jahren sind es wieder 600 gesunde Bäume.

c₁)

1. HB $A = x \cdot y$

2. NB $280 = 2x + 2y$

$$y = 140 - x$$

3. $A(x) = x \cdot (140 - x)$

$$A(x) = -x^2 + 140x \quad \text{Zielfunktion}$$

4. $A'(x) = -2x + 140$

$$A''(x) = -2$$

$$A'(x_E) = 0$$

$$0 = -2x + 140$$

$$x_E = 70$$

$$A'(x_E) = 0 \wedge A''(x_E) \neq 0$$

$$A''(70) = -2 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$$

$$A(70) = 4900$$

$$y = 140 - 70$$

$$y = 70$$

Die maximale Fläche beträgt 4900 m². Die Seiten sind jeweils 70 m lang.

c₂)

$$4900 - 100 = 4800$$

$$4800 : 600 = 8$$

Pro Baum stehen 8 m² zur Verfügung.