Lösungen K 17

1. Aufgabe

a)

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$
$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$
$$f''(x) = 6ax + 2b$$

berührt die x-Achse = Nullstelle und Extrempunkt

Angaben	Mathematisierung	Gleichungen	
$S_x(5\|0)$	$f(5) = 0$	I	$125a + 25b + 5c + d = 0$
$x = 5;\ m = 0$	$f'(5) = 0$	II	$75a + 10b + c = 0$
$W(3\|-1)$	$f(3) = -1$	III	$27a + 9b + 3c + d = -1$
$x = 3;\ K = 0$	$f''(3) = 0$	IV	$18a + 2b = 0$

b)

$$f(x) = ax^4 + bx^2 + c$$
$$f'(x) = 4ax^3 + 2bx$$

Angaben	Mathematisierung	Gleichungen	
$S_y(0\|3)$	$f(0) = 3$	I	$c = 3$
$H(-1\|5)$	$f(-1) = 5$	II	$a + b + c = 5$
$x = -1;\ m = 0$	$f'(-1) = 0$	III	$-4a - 2b = 0$

c)

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$
$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Angaben	Mathematisierung	Gleichungen	
$x = -1;\ m = 0$	$f'(-1) = 0$	I	$3a - 2b + c = 0$
$S_x(-2\|0)$	$f(-2) = 0$	II	$-8a + 4b - 2c + d = 0$
$P(4\|7)$	$f(4) = 7$	III	$64a + 16b + 4c + d = 7$
$x = 4;\ m = 10$	$f'(4) = 10$	IV	$48a + 8b + c = 10$

2. Aufgabe

a) **PS**

$$f(x) = ax^3 + bx$$
$$f'(x) = 3ax^2 + b$$

Angaben	Mathematisierung	Gleichungen	
$P(1\|2)$	$f(1) = 2$	I	$a + b = 2$
$x = 1;\ m = 0$	$f'(1) = 0$	II	$3a + b = 0$

waagrechte Tangente = Steigung null

TR: $a = -1;\ b = 3$ => $f(x) = -x^3 + 3x^2$

b) **AS**

$$f(x) = ax^4 + bx^2 + c$$
$$f'(x) = 4ax^3 + 2bx$$
$$f''(x) = 12ax^2 + 2b$$

Angaben	Mathematisierung	Gleichungen
$S_y(0\|1)$	$f(0) = 1$	I $\quad c = 1$
$S_x(-2\|0)$	$f(-2) = 0$	II $\quad 16a + 4b + c = 0$
$x = -2; K = 0$	$f''(-2) = 0$	III $\quad 48a + 2b = 0$

TR: $a = \frac{1}{80}$; $b = -\frac{3}{10}$; $c = 1$ => $f(x) = \frac{1}{80}x^4 - \frac{3}{10}x^2 + 1$

c)

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$
$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$
$$f''(x) = 6ax + 2b$$

Angaben	Mathematisierung	Gleichungen
$S_x(0\|0)$	$f(0) = 0$	I $\quad d = 0$
$x = 0; K = 0$	$f''(0) = 0$	II $\quad 2b = 0 \Rightarrow b = 0$
$x = 2; m = 8$	$f'(2) = 8$	III $\quad 12a + 4b + c = 8$
$S(2\|0)$	$f(2) = 0$	IV $\quad 8a + 4b + 2c + d = 0$

Wenn t(x) gegeben ist, kann man damit den zugehörigen y-Wert ausrechnen: t(2) = 0.
Dieser Punkt ist dann der Berührpunkt der Tangente mit der Funktion.

b und d entfällt in den anderen Gleichungen

III $\quad 12a + c = 8$

IV $\quad 8a + 2c = 0$

TR: $a = 1$; $c = -4$ => $f(x) = x^3 - 4x$

d)

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$
$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Angaben	Mathematisierung	Gleichungen
$T(0\|-4)$	$f(0) = -4$	I $\quad d = -4$
$x = 0;\ m = 0$	$f'(0) = 0$	II $\quad c = 0$
$S_x(1\|0)$	$f(1) = 0$	III $\quad a + b + c + d = 0$
$x = 1; m = 0$	$f'(1) = 0$	IV $\quad 3a + 2b + c = 0$

Sy von g(x) bei (0I-4)

Sx von g(x) bei (1I0)

c entfällt in den anderen Gleichungen

I $\quad d = -4$

III $\quad a + b + d = 0$

IV $\quad 3a + 2b = 0$

TR: $a = -8$; $b = 12$; $d = -4$ => $f(x) = -8x^3 + 12x^2 - 4$

e) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

Angaben	Mathematisierung	Gleichungen	
$H(1\|4)$	$f(1) = 4$	I	$a + b + c + d = 4$
$x = 1;\ m = 0$	$f'(1) = 0$	II	$3a + 2b + c = 0$
$S(-1\|0)$	$f(-1) = 0$	III	$-a + b - c + d = 0$
$x = -1;\ m = 0$	$f'(-1) = 0$	IV	$3a - 2b + c = 0$

Scheitel der Parabel bei S(-1I0)
berührt = gleiche Steigung
Scheitel hat Steigung 0

Dieses Gleichungssystem lässt sich nur mit dem neuen TR direkt lösen.
Für ältere TR muss man erst d eliminieren.
I – III ergibt V $2a + 2c = 4$

II $3a + 2b + c = 0$
IV $3a - 2b + c = 0$
V $2a + 2c = 4$

TR: $a = -1;\ b = 0;\ c = 3$
d ergibt sich durch Einsetzen von a, b, c in Gleichung I
$d = 2$

=> $f(x) = -x^3 + 3x + 2$

f) $f(x) = x^3 + bx^2 + cx - 27$

$f'(x) = 3x^2 + 2bx + c$ Es werden nur zwei Parameter gesucht.

$f''(x) = 6x + 2b$

Angaben	Mathematisierung	Gleichungen	
$x = 3;\ m = 0$	$f'(3) = 0$	I	$27 + 6b + c = 0$
$x = 3;\ K = 0$	$f''(3) = 0$	II	$18 + 2b = 0$

Ein Sattelpunkt ist ein Wendepunkt mit der Steigung 0.

Hier kann man in Gleichung II den Parameter b sofort berechnen.
$b = -9$
Durch Einsetzen von b in Gleichung I erhält man c.
$c = 27$

=> $f(x) = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$