

Lösungen J 16

1. Aufgabe

a)

1. HB $S = f(x) + g(x)$ $S =$ Summe; Funktionswerte = y-Werte

2. NB $f(x) = -0,5x^2 + 2$

$g(x) = x^2 - 2x + 2$

3. $D = [0;4]$

4. $S(x) = -0,5x^2 + 2 + x^2 - 2x + 2$

$S(x) = 0,5x^2 - 2x + 4$ **Zielfunktion**

5. $S'(x) = x - 2$ $S'(x) = 0 \wedge S''(x) \neq 0$

$S''(x) = 1$

$S'(x) = 0$ $S''(2) = 1 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$

$0 = x - 2$

$x = 2$

6. $f(2) = 0$
 $g(2) = 2$ y-Werte

7. $S = 0 + 2$
 $S = 2$

8. $S(0) = 4 > 2$
 $S(4) = 4 > 2$

Der gesuchte x-Wert lautet 2, die y-Werte sind 0 und 2 und die minimale Summe ist 2.

b)

1. HB $D = f(x) - g(x)$ $D =$ Differenz; Funktionswerte = y-Werte

2. NB $f(x) = -0,5x^2 + 2$

$g(x) = x^2 - 2x + 2$

3. $D = [0;4]$

4. $D(x) = -0,5x^2 + 2 - (x^2 - 2x + 2)$

$D(x) = -1,5x^2 + 2x$ **Zielfunktion**

5. $D'(x) = -3x + 2$ $D'(x) = 0 \wedge D''(x) \neq 0$

$D''(x) = -3$

$D'(x) = 0$ $D''(0,7) = -3 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

$0 = -3x + 2$

$x = \frac{2}{3}$ oder 0,7

6. $f(0,7) = 1,8$
 $g(0,7) = 1,1$ y-Werte

7. $D = 1,8 - 1,1$
 $D = 0,7$

8. $D(0) = 0 < 0,7$
 $D(4) = -16 < 0,7$

Der gesuchte x-Wert lautet 0,7, die y-Werte sind 1,8 und 1,1 und die maximale Differenz ist 0,7.

2. Aufgabe

1. HB $A = x \cdot y$

2. NB $f(x) = 1,5x^3 - 9x^2 + 48$

3. $f(x) = 0$ Berechnung der Nullstellen als Grenze

$$0 = 1,5x^3 - 9x^2 + 48 \mid :1,5$$

$$0 = x^3 - 6x^2 + 0x + 32$$

Polynomdivision mit $x_1 = 4$ ergibt $0 = x^2 - 2x - 8$

p-q liefert $x_2 = 4$ und $x_3 = -2 \notin D \Rightarrow D = [0;4]$

4. $A(x) = x \cdot (1,5x^3 - 9x^2 + 48)$

$$A(x) = 1,5x^4 - 9x^3 + 48x$$

Zielfunktion

$$A'(x) = 6x^3 - 27x^2 + 48$$

5.

$$A''(x) = 18x^2 - 54x$$

$$A'(x) = 0$$

$$0 = 6x^3 - 27x^2 + 48 \mid :6$$

Polynomdivision mit $x_1 = 4$ ergibt $0 = x^2 - 0,5x - 2$

$$0 = x^3 - 4,5x^2 + 0x + 8$$

p-q liefert $x_2 = 1,7$ und $x_3 = -1,2 \notin D$

$$A'(x) = 0 \wedge A''(x) \neq 0$$

$$A''(4) = 72 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$$

$$A''(1,7) = -39,8 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$$

6. $f(1,7) = 29,4$ y-Wert

7. $A = 1,7 \cdot 29,4$

8. $A(0) = 0 < 50$

7.

$$A = 50$$

8.

$$A(4) = 0 < 50$$

Das Rechteck hat eine Breite von 1,7 cm, eine Höhe von 29,4 cm und einen Flächeninhalt von 50 cm².

3. Aufgabe

Gesucht: maximaler Flächeninhalt des rechteckigen Spielplatzes

Gesamter Umfang: 98 m Zaun + 2 m Tor = 100 m

1. $A = x \cdot y$

Hauptbedingung

2. $100 = 2x + 2y$

Nebenbedingung

3. $y = 50 - x$

Nebenbedingung umstellen

$$y = 0$$

$$0 = 50 - x$$

$D = [0;50]$ (für die Variable x, siehe Zielfunktion)

$$x = 50$$

4. $A(x) = x \cdot (50 - x)$

$$A(x) = -x^2 + 50x$$

Zielfunktion

$$A'(x) = -2x + 50$$

5.

$$A''(x) = -2$$

$$A'(x) = 0$$

$$0 = -2x + 50$$

$$x = 25$$

$$A'(x) = 0 \wedge A''(x) \neq 0$$

$$A''(25) = -2 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$$

$$y = 50 - 25$$

6.

$$y = 25$$

7. $A = 25 \cdot 25$
 $A = 625$
 $A(0) = 0 < 625$
8. $A(50) = 0 < 625$

Der Spielplatz hat eine Länge und Breite von 25 m (quadratisch) und eine Fläche von 625 m².

4. Aufgabe

1. HB $V = a^2 \cdot h$

2. NB $90 = 8a + 4h$
 $90 - 8a = 4h$

3. $h = 22,5 - 2a$
 $h = 0$

$0 = 22,5 - 2a \Rightarrow D = [0; 11,25]$

$a = 11,25$

4. $V(a) = a^2 \cdot (22,5 - 2a)$

$V(a) = -2a^3 + 22,5a^2$ **Zielfunktion**

$V'(a) = -6a^2 + 45a$

5. $V''(a) = -12a + 45$

$V'(x) = 0$

$0 = -6a^2 + 45a \mid :(-6)$

a ausklammern ergibt $a_1 = 0$ und $a_2 = 7,5$

$0 = a^2 - 7,5a$

$V'(x) = 0 \wedge V''(x) \neq 0$

$V''(0) = 45 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$

$V''(7,5) = -45 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

6. $h = 22,5 - 2 \cdot 7,5$

$h = 7,5$

7. $V = 7,5^2 \cdot 7,5$

$V = 421,9$

8. $V(0) = 0 < 421,9$

$V(11,25) = 0 < 421,9$

Die Säule hat eine Breite von $a = 7,5$ cm, eine Höhe von $h = 7,5$ cm und ein Volumen von 421,9cm³.

5. Aufgabe

Rechteckiges Ackerland mit 6 km Umfang.

1. HB $A = x \cdot y$

2. NB $6 = 2x + 2y$

$6 - 2x = 2y$

3. $y = 3 - x$

$y = 0$

$0 = 3 - x \Rightarrow D = [0; 3]$

$x = 3$

4. $A(x) = x \cdot (3 - x)$

$A(x) = -x^2 + 3x$ **Zielfunktion**

$A'(x) = -2x + 3$

5. $A''(x) = -2$

$$A'(x) = 0$$

$$0 = -2x + 3$$

$$x = 1,5$$

$$A'(x) = 0 \wedge A''(x) \neq 0$$

$$A''(1,5) = -2 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$$

6. $y = 3 - 1,5$
 $y = 1,5$

7. $A = 1,5 \cdot 1,5$
 $A = 2,25$

8. $A(0) = 0 < 2,25$
 $A(3) = 0 < 2,25$

Das Ackerland ist 1,5 km breit und 1,5 km lang und der Flächeninhalt beträgt 2,25 km².