

Lösungen I 13

1. Aufgabe

a) Zu Beginn = Zeitpunkt null $\Rightarrow t=0$ also $T(0) = 38,4$

Der Patient hatte zu Beginn eine Temperatur von $38,4^\circ\text{C}$.

b) Temperatur am höchsten = Hochpunkt; Zeitpunkt = t (also x-Wert)

$$T(t) = -0,1t^4 + 0,8t^2 + 38,4$$

$$T'(t) = -0,4t^3 + 1,6t \quad T'(t) = 0 \quad \wedge \quad T''(t) \neq 0$$

$$T''(t) = -1,2t^2 + 1,6$$

$$0 = -0,4t^3 + 1,6t \quad | :(-0,4)$$

t ausklammern ergibt $t_1 = 0$ und $t^2 = 4$ also $t_2 = 2$ und $t_3 = -2$

$$0 = t^3 - 4t$$

Da der Wert -2 nicht im Definitionsbereich enthalten ist, wird er nicht weiter untersucht. Man klammert ihn eckig ein. $[t_3 = -2]$

$$T''(0) = 1,6 > 0 \quad \text{Tiefpunkt}$$

$$T''(2) = -3,2 < 0 \quad \text{Hochpunkt} \quad \text{Nach zwei Tagen ist die Temperatur am höchsten.}$$

c) Temperaturangabe = T-Wert (y-Wert) also $T(t) = 37,5$

$$37,5 = -0,1t^4 + 0,8t^2 + 38,4 \quad | -37,5$$

$$0 = -0,1t^4 + 0,8t^2 + 0,9 \quad | :(-0,1) \quad \text{Substitution mit } t^2 = z \text{ und p-q ergibt } z_1 = 9 \vee z_2 = -1$$

$$0 = t^4 - 8t^2 - 9$$

Resubstitution mit $z = t^2$ und Wurzel ziehen führt nur zu zwei Lösungen, wobei die negative nicht im Definitionsbereich enthalten ist.

$$\cdot t_1 = 3 \quad [t_2 = -3]$$

Der Patient hat nach drei Tagen, wieder die Temperatur von $37,5^\circ\text{C}$.

2. Aufgabe

a) $f(0) = 90$ Am Anfang waren es 90 Kaninchen.

$$f(t) = -2t^3 + 18t^2 - 30t + 90$$

b) $f'(t) = -6t^2 + 36t - 30 \quad f(t) = 0 \quad \wedge \quad f''(t) \neq 0$

$$f''(t) = -12t + 36$$

$$0 = -6t^2 + 36t - 30 \quad | :(-6)$$

mit p-q ergibt sich $t_1 = 5$ und $t_2 = 1$

$$0 = t^2 - 6t + 5$$

$$f''(5) = -24 < 0 \quad \text{Hp}$$

$$f''(1) = 24 > 0 \quad \text{Tp}$$

Nach 5 Jahren war die Population am größten.

c) $f(5) = 140$

$f(1) = 76$

$140 - 76 = 64$ Die Populationen unterscheiden sich um 64 Kaninchen.

d) $f(0) = 90$

$f(6) = 126$

$126 - 90 = 36$ Die Population nahm insgesamt um 36 Kaninchen zu.

3. Aufgabe

a) $f(0) = 20$ Der Spieler wechselte 20.000 € in Jetons.

$$f(t) = \frac{1}{8}t^4 - t^3 - t^2 + 12t + 20$$

b) $f'(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 - 2t + 12$ $f(t) = 0 \quad \wedge \quad f''(t) \neq 0$

$$f''(t) = \frac{3}{2}t^2 - 6t - 2$$

$$0 = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 - 2t + 12 \quad \left| : \frac{1}{2} \right. \quad \text{Polynomdivision mit } t_1 = 2 \text{ ergibt } 0 = t^2 - 4t - 12$$

$$0 = t^3 - 6t^2 - 4t + 24$$

p-q führt zu $t_2 = 6$ [$t_3 = -2$]

$$f''(2) = -8 < 0 \quad Hp$$

$$f(2) = 34$$

$$f''(6) = 16 > 0 \quad Tp$$

Da 20.000 € eingesetzt wurden liegt der reine Gewinn zu diesem Zeitpunkt bei 14.000 €.

c) $f(6) = 2$ Er erhält nach 6 Stunden 2.000 € zurück und hat einen Verlust von 18.000 € gemacht.

4. Aufgabe

$$f(x) = -0,2x^3 + 0,6x^2 + 1,8x + 3218$$

a) $f'(x) = -0,6x^2 + 1,2x + 1,8$

$$f(x) = 0 \quad \wedge \quad f''(x) \neq 0$$

$$f''(x) = -1,2x + 1,2$$

$$0 = -0,6x^2 + 1,2x + 1,8 \quad \left| : (-0,6) \right.$$

mit p-q ergibt sich $x_1 = 3$ und $x_2 = -1$

$$0 = x^2 - 2x - 3$$

$$f''(3) = -2,4 < 0 \quad Hp$$

$$f(3) = 3223,4$$

$$f''(-1) = 2,4 > 0 \quad Tp$$

Im Jahr 2003 lag die maximale Bevölkerungsdichte mit 3223,4 vor.

b) $f(10) = 3096$ Im Jahr 2010 liegt die Bevölkerungsdichte bei 3096.

c) Da bei $x = -1$ der Tiefpunkt liegt, muss es sich um das Jahr 1999 handeln.