Lösungen H 15

<u>1. Aufgabe</u>

a) Zu Beginn = Zeitpunkt null => t=0 also $f(0) = 38{,}4$

Der Patient hatte zu Beginn eine Temperatur von 38,4°C.

b) Temperatur am höchsten = Hochpunkt; Zeitpunkt = t (also x-Wert)

$$f(t) = -0{,}1t^4 + 0{,}8t^2 + 38{,}4$$

$$f'(t) = -0{,}4t^3 + 1{,}6t$$

$$f''(t) = -1{,}2t^2 + 1{,}6$$

$$f'(t) = 0$$

$$0 = -0{,}4t^3 + 1{,}6t \quad |:(-0{,}4)$$

t ausklammern ergibt $t_1 = 0$ und $t^2 = 4$ also $t_2 = 2$ und $t_3 = -2$

$$0 = t^3 - 4t$$

Da der Wert -2 nicht im Definitionsbereich enthalten ist, wird er nicht weiter untersucht. Man klammert ihn eckig ein. $[t_3 = -2]$

$$f'(t) = 0 \wedge f''(t) \neq 0$$

$$f''(0) = 1{,}6 > 0 \quad \text{Tiefpunkt}$$

$$f''(2) = -3{,}2 < 0 \quad \text{Hochpunkt}$$

Nach zwei Tagen ist die Temperatur am höchsten.

c) Temperaturangabe = y-Wert also $f(t) = 37{,}5$

$$37{,}5 = -0{,}1t^4 + 0{,}8t^2 + 38{,}4 \quad |-37{,}5$$

$$0 = -0{,}1t^4 + 0{,}8t^2 + 0{,}9 \quad |:(-0{,}1)$$

Substitution mit $t^2 = z$ und p-q ergibt $z_1 = 9$ V $z_2 = -1$

$$0 = t^4 - 8t^2 - 9$$

Resubstitution mit $z = t^2$ und Wurzel ziehen führt nur zu zwei Lösungen, wobei die negative nicht im Definitionsbereich enthalten ist.

. $t_1 = 3$ $[t_2 = -3]$

Der Patient hat nach drei Tagen, wieder die Temperatur von 37,5°C.

<u>2. Aufgabe</u>

a) $f(0) = 90$ Am Anfang waren es 90 Kaninchen.

$$f(t) = -2t^3 + 18t^2 - 30t + 90$$

b) $f'(t) = -6t^2 + 36t - 30$

$$f''(t) = -12t + 36$$

$$f'(t) = 0$$

$$0 = -6t^2 + 36t - 30 \quad |:(-6)$$

mit p-q ergibt sich $t_1 = 5$ und $t_2 = 1$

$$0 = t^2 - 6t + 5$$

$$f'(t) = 0 \wedge f''(t) \neq 0$$

$$f''(5) = -24 < 0 \quad Hp$$

$$f''(1) = 24 > 0 \quad Tp$$

Nach 5 Jahren war die Population am größten.

c) $f(5)=140$ $\quad$ $140-76=64$ Die Populationen unterscheiden sich um 64 Kaninchen.
$f(1)=76$

d) $f(0)=90$ $\quad$ $126-90=36$ Die Population nahm insgesamt um 36 Kaninchen zu.
$f(6)=126$

3. Aufgabe

a) $f(0)=20$ Der Spieler wechselte 20.000 € in Jetons.

$$f(t)=\frac{1}{8}t^4-t^3-t^2+12t+20$$

b) $f'(t)=\frac{1}{2}t^3-3t^2-2t+12$

$$f''(t)=\frac{3}{2}t^2-6t-2$$

$$f'(t)=0$$

$$0=\frac{1}{2}t^3-3t^2-2t+12 \quad \Big|:\frac{1}{2}$$

Polynomdivision mit $t_1=2$ ergibt $0=t^2-4t-12$

$$0=t^3-6t^2-4t+24$$

p-q führt zu $t_2=6$ $[t_3=-2]$

$$f'(t)=0 \wedge f''(t)\neq 0$$

$$f''(2)=-8<0 \quad Hp$$

$$f''(6)=16>0 \quad Tp$$

$$f(2)=34$$

Da 20.000 € eingesetzt wurden liegt der reine Gewinn zu diesem Zeitpunkt bei 14.000 €.

c) $f(6)=2$ Er erhält nach 6 Stunden 2.000 € zurück und hat einen Verlust von 18.000 € gemacht.

4. Aufgabe

$$f(x)=-0{,}2x^3+0{,}6x^2+1{,}8x+3218$$

a) $f'(x)=-0{,}6x^2+1{,}2x+1{,}8$

$$f''(x)=-1{,}2x+1{,}2$$

$$f'(x)=0$$

$$0=-0{,}6x^2+1{,}2x+1{,}8 \quad \Big|:(-0{,}6)$$

mit p-q ergibt sich $x_1=3$ und $x_2=-1$

$$0=x^2-2x-3$$

$$f'(x)=0 \wedge f''(x)\neq 0$$

$$f''(3)=-2{,}4<0 \quad Hp$$

$$f''(-1)=2{,}4>0 \quad Tp$$

$$f(3)=3223{,}4$$

Im Jahr 2003 lag die maximale Bevölkerungsdichte mit 3223,4 vor.

b) $f(10)=3096$ Im Jahr 2010 liegt die Bevölkerungsdichte bei 3096.

c) Da bei x = -1 der Tiefpunkt liegt, muss es sich um das Jahr 1999 handeln.