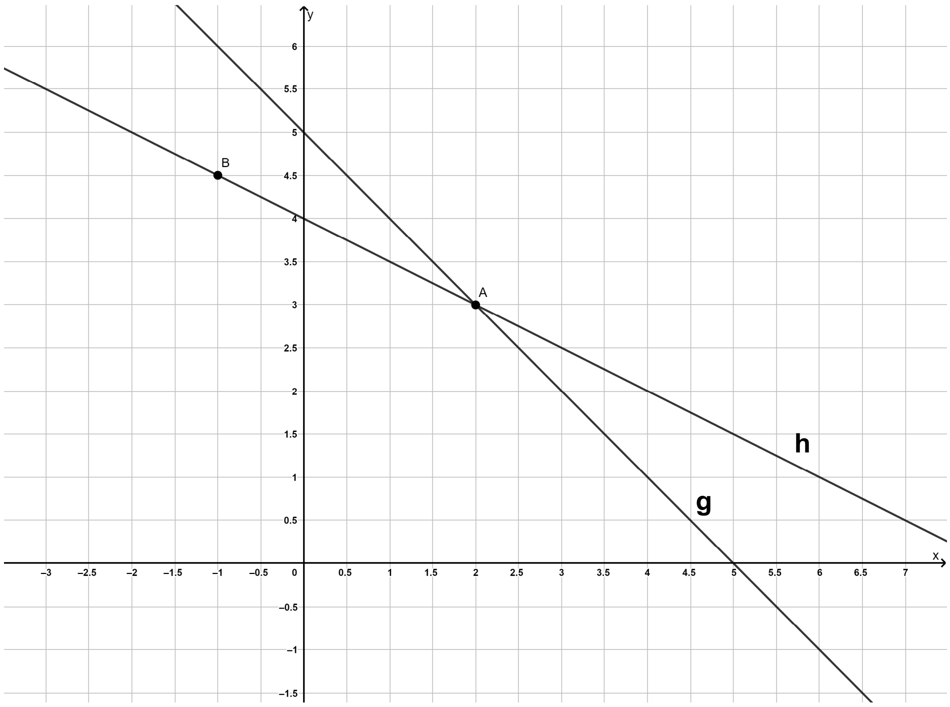
Lösungen Geraden 2018-6

Aufgabe 1

a)



b) $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\qquad h(x) = m \cdot x + b$

$m = \dfrac{3 - 4{,}5}{2 + 1} = -\dfrac{1}{2}$ $\qquad 3 = -\dfrac{1}{2} \cdot 2 + b \,\big|\, +1$

$b = 4$ $\qquad h(x) = -\dfrac{1}{2}x + 4$

c) $g(x) = h(x)$

$-x + 5 = -\dfrac{1}{2}x + 4 \,\Big|\, + \dfrac{1}{2}x - 5$

$-\dfrac{1}{2}x = -1 \,\Big|\, : \left(-\dfrac{1}{2}\right)$

$x = 2$

$g(2) = 3$ $\qquad S(2|3)$

d) $m_1 \cdot m_2 = -1$

$m_1 = -\dfrac{1}{2} \quad m_2 = 2$ $\qquad 3 = 2 \cdot 2 + b \,\big|\, -4$

$f(x) = m \cdot x + b$ mit $S(2|3)$ $\qquad b = -1$ $\qquad f(x) = 2x - 1$

e) $\tan(\alpha) = m$

$\tan^{-1}(m) = \alpha$

f: $m = 2$ g: $m = -1$ h: $m = -\frac{1}{2}$

$\tan^{-1}(2) = \alpha_f$ $\tan^{-1}(-1) = \alpha_g$ $\tan^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = \alpha_h$

$\alpha_f \approx 63{,}43°$ $\alpha_g = -45°$ $\alpha_h \approx -26{,}57°$

f) $\varphi = \alpha_h - \alpha_g$ mit $\alpha_h > \alpha_g$
$\varphi = -26{,}57° + 45°$
$\varphi = 18{,}43°$

g) $h(x_N) = 0$
$0 = -\frac{1}{2}x + 4 \;\Big|+\frac{1}{2}x$
$\frac{1}{2}x = +4 \;\Big|:\frac{1}{2}$
$x_N = 8$

h) $S_y(0|-1)$

i) $S(2|3)$ und $O(0|0)$
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
$d = \sqrt{(2+0)^2 + (3-0)^2}$
$d \approx 3{,}61\text{cm}$ KOS in cm oder auch $d \approx 3{,}61\text{LE}$

j) $m_1 = m_2$
$m_1 = -1 \quad m_2 = -1$
$k(x) = m \cdot x + b$ mit $(4|3)$
$3 = -1 \cdot 4 + b \;|+4$
$b = 7$ $k(x) = -x + 7$

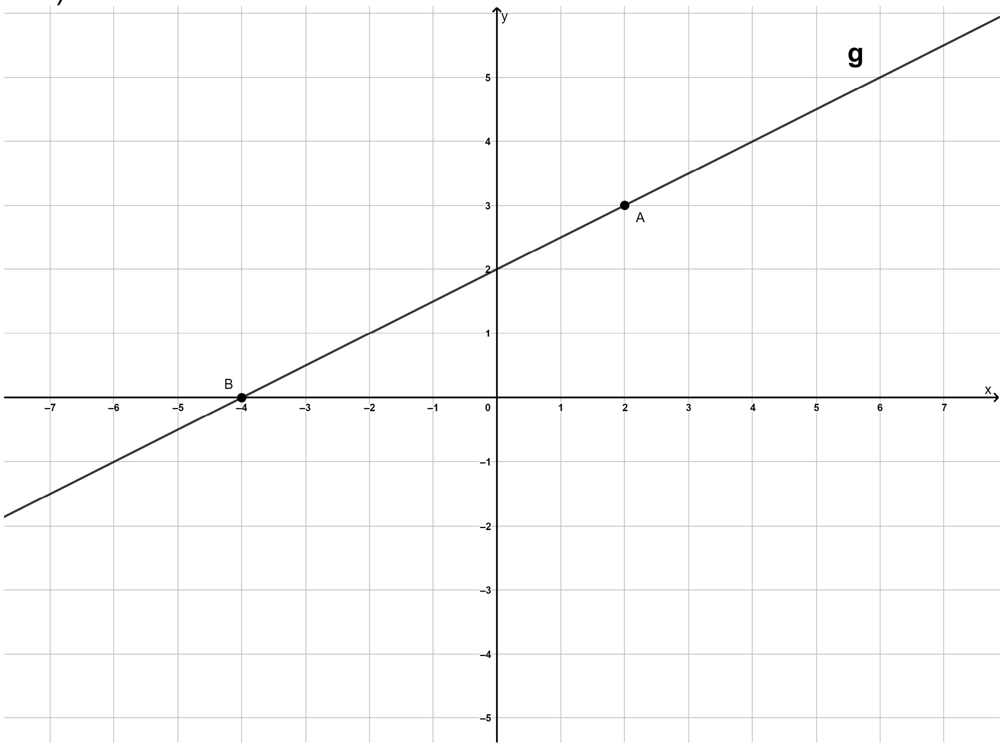
Orthogonale zu k(x) mit y-Achsenabschnitt 7
$m_1 \cdot m_2 = -1$
$m_1 = -1 \quad m_2 = +1$
$o(x) = m \cdot x + b$
$o(x) = x + 7$ => $S_1(0|7)$

$o(x) = g(x)$
$x + 7 = -x + 5 \;|+x-7$
$2x = -2 \;|:2$
$x = -1$
$g(-1) = 6$ $S_2(-1|6)$

$S_1(0|7)$ und $S_2(-1|6)$
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
$d = \sqrt{(0+1)^2 + (7-6)^2}$
$d \approx 1{,}41\text{cm}$ KOS in cm oder auch $d \approx 1{,}41\text{LE}$

Aufgabe 2

a) und b)

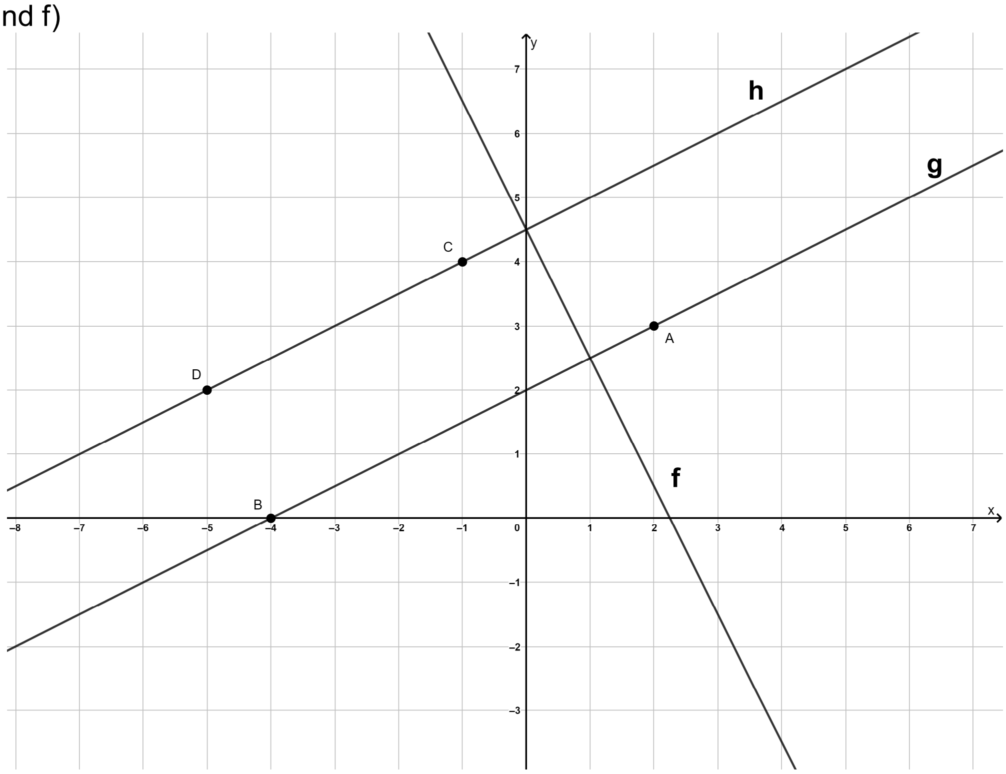


c) $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\qquad g(x) = m \cdot x + b$

$m = \dfrac{0-3}{-4-2} = \dfrac{1}{2}$ $\qquad 3 = \dfrac{1}{2} \cdot 2 + b \,|{-1}$

$b = 2$ $\qquad g(x) = \dfrac{1}{2}x + 2$

d) und f)



e) $m_1 \cdot m_2 = -1$

$\frac{1}{2} \cdot (-2) = -1$

$-1 = -1$ wahre Aussage => Die Geraden g und f stehen senkrecht zueinander.

g) Die Steigung m wird aus dem Steigungsdreieck zwischen den Punkten C und D ermittelt. Der y-Achsenabschnitt wird abgelesen.

$m = \frac{1}{2}$ und $b = 4{,}5$ => $h(x) = \frac{1}{2}x + 4{,}5$

h) Die Geraden g und h verlaufen parallel zueinander, da sie die gleiche Steigung besitzen.

i) $h(x_N) = 0$

$0 = \frac{1}{2}x + 4{,}5 \left| -\frac{1}{2}x \right.$

$-\frac{1}{2}x = 4{,}5 \left| : \left(-\frac{1}{2}\right) \right.$

$x_N = -9$

j) $\tan(\alpha) = m$

$\tan^{-1}(m) = \alpha$

f: $m = -2$	g: $m = \frac{1}{2}$	h: $m = \frac{1}{2}$
$\tan^{-1}(-2) = \alpha_f$	$\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \alpha_g$	$\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \alpha_h$
$\alpha_f \approx -63{,}43°$	$\alpha_g \approx 26{,}57°$	$\alpha_h \approx 26{,}57°$

k) $\varphi = \alpha_2 - \alpha_1 \qquad \alpha_2 > \alpha_1$

$\varphi = 26{,}57° + 63{,}43°$

$\varphi = 90°$

l) $f(x) = h(x)$

$-2x + 4{,}5 = \frac{1}{2}x + 4{,}5 \left| -\frac{1}{2}x - 4{,}5 \right.$

$-2{,}5x = 0 \left| : (-2{,}5) \right.$

$x = 0$

$f(0) = 4{,}5 \qquad S(0|4{,}5)$

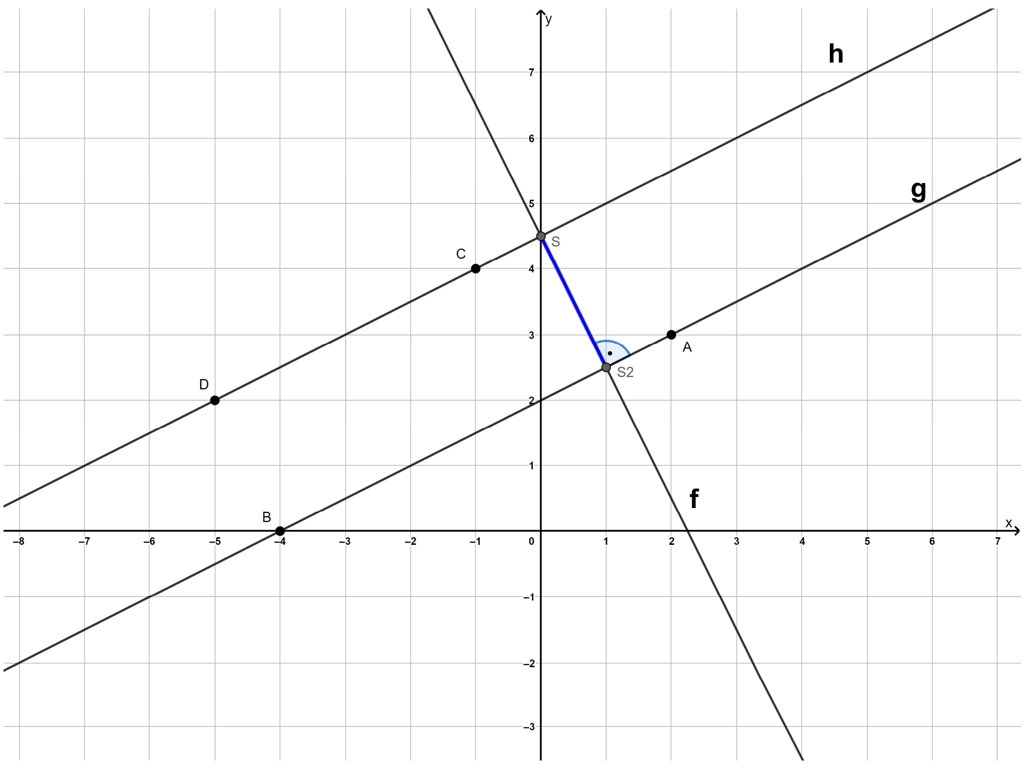
m) $S(0|4{,}5)$ und $O(0|0)$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d = \sqrt{(0 + 4{,}5)^2 + (0 - 0)^2}$

$d = 4{,}5\text{cm}$ KOS in cm oder auch $d = 4{,}5\text{LE}$

n) Hier fehlt der zweite Punkt. Er muss als Schnittpunkt von der Gerade f mit der Gerade g berechnet werden, da f die orthogonale Gerade zu g ist. (siehe Zeichnung)



$$f(x) = g(x)$$
$$-2x + 4{,}5 = \frac{1}{2}x + 2 \,\Big|\, -\frac{1}{2}x - 4{,}5$$
$$-2{,}5x = 2{,}5 \,\big|\, : (-2{,}5)$$
$$x = 1$$
$$f(1) = 2{,}5 \qquad S_2(1|2{,}5)$$

$$S(0|4{,}5) \text{ und } S_2(1|2{,}5)$$
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d = \sqrt{(1-0)^2 + (2{,}5 - 4{,}5)^2}$$
$d \approx 2{,}24\text{cm}$ KOS in cm oder auch $d \approx 2{,}24\text{LE}$

Aufgabe 3

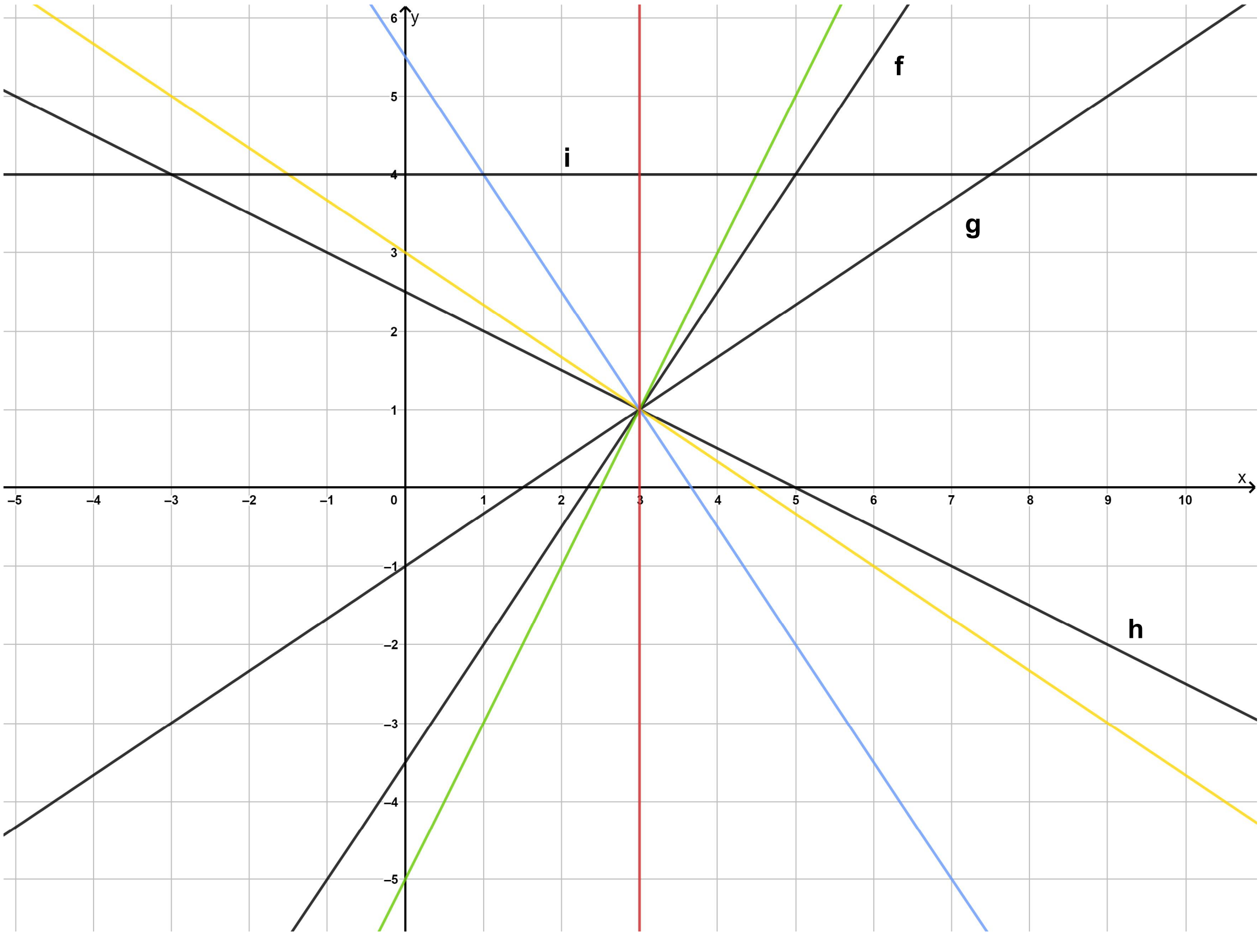
a) $f(x) = \frac{3}{2}x - 3{,}5$

$g(x) = \frac{2}{3}x - 1$

$h(x) = -\frac{1}{2}x + 2{,}5$

$i(x) = 4$

b) Die einfachste senkrechte Gerade zu den gegebenen ist die Orthogonale zu i.
Alle anderen sind – zur Auswahl – ebenfalls eingezeichnet.



Die rote Gerade senkrecht zu i(x) ist keine Funktion. Deshalb eine andere Schreibweise!
a: $x = 3$

Die gelbe Gerade steht zu f(x) senkrecht.

$b(x) = -\frac{2}{3}x + 3$

Die blaue Gerade steht zu g(x) senkrecht.

$c(x) = -\frac{3}{2}x + 5{,}5$

Die grüne Gerade steht zu h(x) senkrecht.
$d(x) = 2x - 5$