Lösungen Geraden 2018-5

Aufgabe 1

a) Die Höhe in den Gefäßen zum Zeitpunkt null, also bevor mit dem Schlauch verbunden wird, ist der y-Achsenabschnitt der Geraden und somit die Konstante aus der Gleichung.

Gefäß 1	Gefäß 2
$e(x) = -0{,}5x + 36$	$f(x) = 0{,}2x + 8$
$e(0) = 36$	$f(0) = 8$
Höhe = 36 cm	Höhe = 8 cm

b) $e(10) = 31$

Nach 10 Sekunden steht das Wasser im ersten Gefäß 31 cm hoch.

c) $f(x) = 13$

$13 = 0{,}2x + 8 \,|\, -8$

$5 = 0{,}2x \,|\, : 0{,}2$

$x = 25$

Nach 25 Sekunden steht das Wasser im zweiten Gefäß 13 cm hoch.

d) $e(x) = f(x)$

$-0{,}5x + 36 = 0{,}2x + 8 \,|\, -36 - 0{,}2x$

$-0{,}7x = 28 \,|\, : (-0{,}7)$

$x = 40$

Nach 40 Sekunden steht das Wasser in beiden Gefäßen gleich hoch.

e) Der Gleichstand verändert sich nicht mehr, da nun der Druck ausgeglichen ist. (Physik: „kommunizierende Röhren“)

Aufgabe 2

a) Angabe von Schnittpunkt $P(6|2)$ und Schnittwinkel $\varphi \approx 47{,}73°$

$\varphi = \alpha_2 - \alpha_1$ mit $\alpha_2 > \alpha_1$

Da die Gerade f eine negative Steigung besitzt und die Gerade g eine positive Steigung, ist der aus der Steigung berechnete positive Winkel größer als der negative Winkel. Somit ist α_2 der Steigungswinkel von g und α_1 der Steigungswinkel von f.

$\tan(\alpha) = m$

$\tan^{-1}(m) = \alpha$

$\tan^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) = \alpha_1$

$\alpha_1 \approx -33{,}69°$

$\varphi = \alpha_2 - \alpha_1$

$47{,}73 = \alpha_2 - (-33{,}69°)$

$47{,}73 = \alpha_2 + 33{,}69°$

$\alpha_2 = 14{,}04°$

$\tan(\alpha) = m$

$\tan(14{,}04°) = m$

$m \approx 0{,}25$

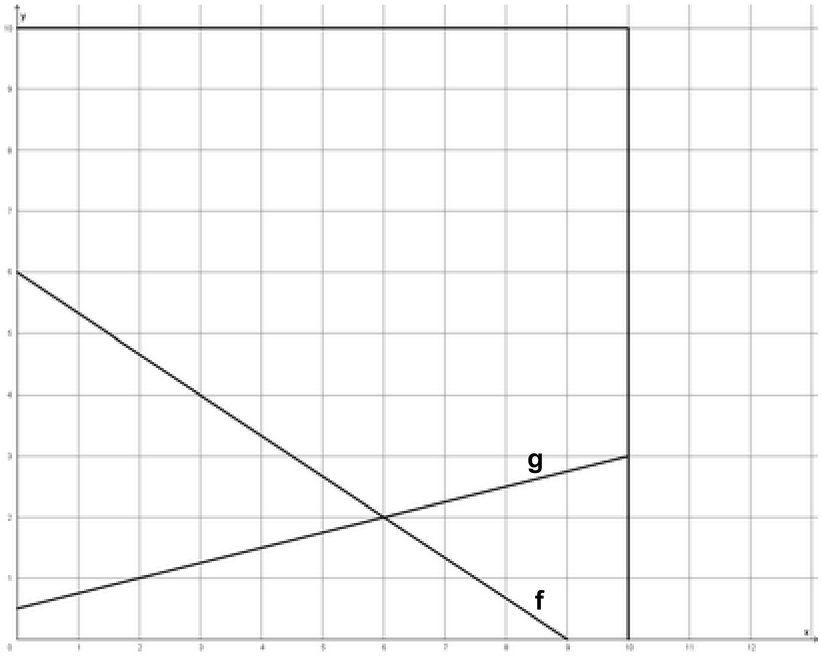
$g(x) = m \cdot x + b$

$2 = 0{,}25 \cdot 6 + b \,|\, -1{,}5$

$b = 0{,}5$

$g(x) = 0{,}25x + 0{,}5$

b)



c) Abstandsberechnung

Gerade f $S_y(0|6)$ und $S_x(9|0)$

$d = \sqrt{(9-0)^2 + (0-6)^2}$

$d \approx 10{,}82 cm$

Gerade g $S_y(0|0{,}5)$ und $P(10|3)$

$d = \sqrt{(10-0)^2 + (3-0{,}5)^2}$

$d \approx 10{,}31 cm$

In diesem Planquadrat ist die Straße f 1082 m lang und die Straße g 1031 m lang.

d) Abstandsberechnung von Punkt zu Gerade

<u>zu Gerade f</u>

Orthogonale bilden

$m_1 \cdot m_2 = -1$

$m_1 = -\frac{2}{3}$ => $m_2 = +\frac{3}{2}$

$o(x) = m \cdot x + b$ mit $Q(6{,}5|4)$

$4 = \frac{3}{2} \cdot 6{,}5 + b \,|-9{,}75$

$b = -5{,}75$

$o(x) = \frac{3}{2}x - 5{,}75$

Schnittpunkt berechnen

$o(x) = f(x)$

$\frac{3}{2}x - 5{,}75 = -\frac{2}{3}x + 6 \,\left|+\frac{2}{3}x + 5{,}75\right.$

$\frac{13}{6}x = 11{,}75 \,\left|:\frac{13}{6}\right.$

$x = \frac{141}{26}$

$o\left(\frac{141}{26}\right) = \frac{31}{13}$ => $S\left(\frac{141}{26}\middle|\frac{31}{13}\right)$

<u>zu Gerade g</u>

Orthogonale bilden

$m_1 \cdot m_2 = -1$

$m_1 = \frac{1}{4}$ => $m_2 = -\frac{4}{1} = -4$

$o(x) = m \cdot x + b$ mit $Q(6{,}5|4)$

$4 = -4 \cdot 6{,}5 + b \,|+26$

$b = 30$

$o(x) = -4x + 30$

Schnittpunkt berechnen

$o(x) = f(x)$

$-4x + 30 = 0{,}25x + 0{,}5 \,|-0{,}25x - 30$

$-4{,}25x = -29{,}5 \,|:(-4{,}25)$

$x = \frac{118}{17}$

$o\left(\frac{118}{17}\right) = \frac{38}{17}$ => $S\left(\frac{118}{17}\middle|\frac{38}{17}\right)$

Abstandsberechnung

$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$d=\sqrt{\left(\frac{141}{26}-6{,}5\right)^2+\left(\frac{31}{13}-4\right)^2}$

$d\approx 1{,}94\text{cm}$

Abstandsberechnung

$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$d=\sqrt{\left(\frac{118}{17}-6{,}5\right)^2+\left(\frac{38}{17}-4\right)^2}$

$d\approx 1{,}82\text{cm}$

Nein, das Denkmal hat von beiden Straßen nicht den gleichen Abstand.

Aufgabe 3

a) $h(0)=15$ Die Kerze A war ursprünglich 15 cm hoch.

b) $h(35)=11{,}5$ Nach 35 Minuten ist die Kerze noch 11,5 cm hoch.

c) in 10 Minuten 2 cm abbrennen = 0,2 cm in einer Minute => m = -0,2
mit $P(50|15)$ ergibt sich

$g(x)=m\cdot x+b$

$15=-0{,}2\cdot 50+b \quad |+10$

$b=25$

$g(x)=-0{,}2x+25$

d) Kerze A

$h(x_N)=0$

$0=-0{,}1x+15 \quad |+0{,}1x$

$0{,}1x=15 \quad |:0{,}1$

$x_N=150$

Kerze B

$g(x_N)=0$

$0=-0{,}2x+25 \quad |+0{,}2x$

$0{,}2x=25 \quad |:0{,}2$

$x_N=125$

Kerze A ist nach 150 Minuten und Kerze B nach 125 Minuten abgebrannt.

e) $h(x)=g(x)$

$-0{,}1x+15=-0{,}2x+25 \quad |+0{,}2x-15$

$0{,}1x=10 \quad |:0{,}1$

$x=100$

100 Minuten nach dem Anzünden weisen beide Kerzen die gleiche Höhe auf.

f) z.B.
- Eine der beiden Kerzen ist dicker als die andere.
- Die Kerzen sind nicht aus dem gleichen Wachs hergestellt.

Aufgabe 4

Im Text sind zwei Punkte des Füllgraphens gegeben. $A(10|50)$ und $B(25|80)$.

a) $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$m=\frac{80-50}{25-10}=2$

$f(x)=m\cdot x+b$ mit $m=2$ und $A(10|50)$

$50=2\cdot 10+b \quad |-20$

$b=30$ $\qquad f(x)=2x+30$

b) $f(0) = 30$

Zu Beginn betrug die Wasserhöhe 30 cm.

c) $f(x) = 120$

$120 = 2x + 30 \mid -30 \mid :2$

$x = 45$

Nach 45 Minuten wäre die Tonne voll.

d) Die neue Tonne ist leer, also b = 0. Die Steigung beträgt 3 cm/Minute.

$g(x) = 3x$

d_1) $f(33) = 96$

$\text{Höhe} = 96 \cdot 0{,}8 = 76{,}8\text{cm}$

$76{,}8 = 3x \mid :3$

$x = 25{,}6$

Nach 25,6 Minuten beträgt in der zweiten Tonne die Wasserhöhe 80 % von der ersten Tonne.

d_2) $108 = 3x \mid :3$

$x = 36$

Nach 36 Minuten ist die zweite Tonne gefüllt.

d_3) Zeichnung