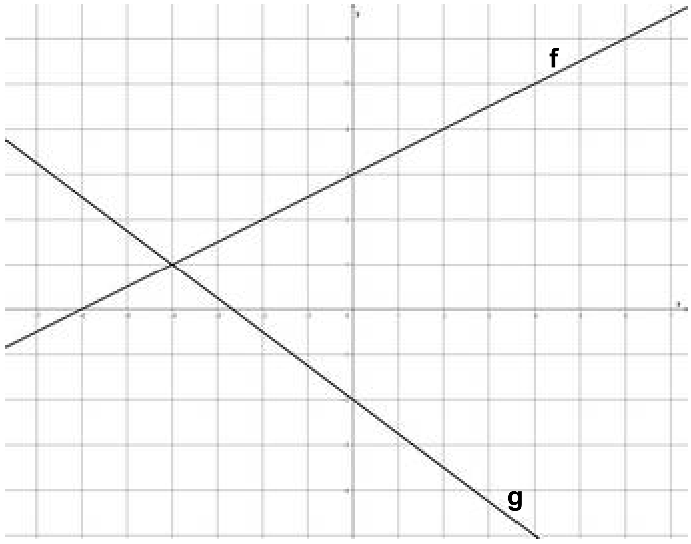
Lösungen Geraden 2018-4



1. Aufgabe

Grundlagen

a) $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$

b) Zeichnung

c) $S(-4|1)$

erweiterte Grundlagen

d) $f(x) = g(x)$

$\frac{1}{2}x + 3 = -\frac{3}{4}x - 2 \left| + \frac{3}{4}x - 3 \right.$

$\frac{5}{4}x = -5 \left| : \left(\frac{5}{4}\right) \right.$

$x = -4$

$f(-4) = 1$

$S(-4|1)$

e) $\tan(\alpha) = m$

$\tan^{-1}(m) = \alpha$

f: $m = \frac{1}{2}$ g: $m = -\frac{3}{4}$

$\tan^{-1}(0,5) = \alpha$ $\tan^{-1}(-0,75) = \alpha$

$\alpha \approx 26,57°$ $\alpha \approx -36,87°$

hohe Anforderungen

f) $\varphi = \alpha_2 - \alpha_1$ mit $\alpha_2 > \alpha_1$

$\varphi = 26,57° - (-36,87°) = 63,44°$

2. Aufgabe

Grundlagen

a) $3x - 6y = 12 \left| -3x \right.$ $6x - 3y + 12 = 0 \left| -6x - 12 \right.$

$-6y = -3x + 12 \left| : (-6) \right.$ $-3y = -6x - 12 \left| : (-3) \right.$

$y = \frac{1}{2}x - 2$ $y = 2x + 4$

$f(x) = \frac{1}{2}x - 2$ $g(x) = 2x + 4$

b) Es handelt sich um steigende Geraden.

c) Ja, die beiden Geraden schneiden sich.

erweiterte Grundlagen

d) $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$ und $A(-2|3)$

$3 = \frac{1}{2} \cdot (-2) - 2$

$3 \neq -3$

Der Punkt A liegt nicht auf der Geraden f.

e) $g(x) = 2x + 4$ und $B(3|y)$ und $C(x|2)$

$g(3) = 10$ $\qquad$ $2 = 2x + 4 \,|-4\,|:2$

$B(3|10)$ $\qquad$ $x = -1$

$C(-1|2)$

f) $f(x_N) = 0$

$0 = \frac{1}{2}x - 2 \,\Big|+2\,\Big|:\frac{1}{2}$

$x_N = 4$

$S_x(4|0)$

g) $g(x) = 2x + 4$

$S_y(0|4)$

hohe Anforderungen

h) Die Geraden f und g schneiden sich, da sie unterschiedliche Steigungen besitzen.

<u>3. Aufgabe</u>

Grundlagen

a) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\qquad$ $g(x) = m \cdot x + b$

$m = \frac{-1-2}{5+1} = -\frac{1}{2}$ $\qquad$ $-1 = -\frac{1}{2} \cdot 5 + b \,|+2{,}5$

$b = 1{,}5$ $\qquad$ $g(x) = -\frac{1}{2}x + 1{,}5$

erweiterte Grundlagen

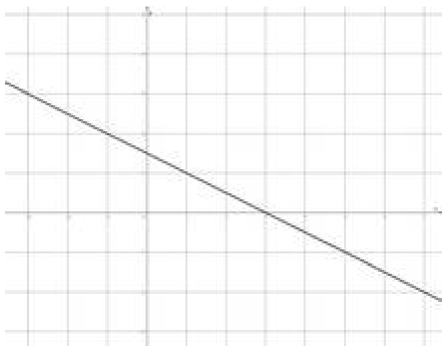
b) „Ermitteln“ bedeutet zeichnerisch oder rechnerisch möglich

$S_y(0|1{,}5)$ ablesen aus Gleichung oder Zeichnung

$g(x_N) = 0$

$0 = -\frac{1}{2}x + 1{,}5 \,\Big|+\frac{1}{2}x\,\Big|:\frac{1}{2}$

$x_N = 3$ $\qquad$ oder ablesen aus Zeichnung



$S_x(3|0)$

c) $m_1 = m_2$

$m_1 = -\frac{1}{2}$ $\quad$ $m_2 = -\frac{1}{2}$

$p(x) = m \cdot x + b$ mit $R(1|-2)$

$-2 = -\frac{1}{2} \cdot 1 + b \,\Big|+\frac{1}{2}$

$b = -1{,}5$ $\qquad$ $p(x) = -\frac{1}{2}x - 1{,}5$

hohe Anforderungen

d) $m_1 \cdot m_2 = -1$

$m_1 = -\frac{1}{2}$ $\quad$ $m_2 = 2$ $\qquad$ $-4 = 2 \cdot (-3) + b \,|+6$

$o(x) = m \cdot x + b$ mit $Q(-3|-4)$ $\qquad$ $b = 2$ $\qquad$ $o(x) = 2x + 2$

4. Aufgabe

erweiterte Grundlagen

a) g: $S_x(3|0)$ und $S_y(0|-2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{-2-0}{0-3} = \frac{2}{3}$$

$$b = -2$$

$$g(x) = \frac{2}{3}x - 2$$

$$m_1 = m_2$$

$$m_1 = \frac{2}{3} \quad m_2 = \frac{2}{3}$$

$$p(x) = m \cdot x + b \text{ mit } A(3|5)$$

$$5 = \frac{2}{3} \cdot 3 + b \,|-2$$

$$b = 3 \qquad p(x) = \frac{2}{3}x + 3$$

$$p(x_N) = 0$$

$$0 = \frac{2}{3}x + 3 \,\Big|-3 \,\Big|: \frac{2}{3}$$

$$x_N = -4{,}5$$

hohe Anforderungen

b) $S_x(-4{,}5|0)$ und $A(3|5)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(3 + 4{,}5)^2 + (5 - 0)^2}$$

$$d \approx 9{,}01\text{cm}$$

c) *1. Schritt: Orthogonale bilden*

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$g:\ m_1 = \frac{2}{3} \text{ also o: } m_2 = -\frac{3}{2}$$

$$o(x) = m \cdot x + b \quad \text{mit } m_2 = -\frac{3}{2} \text{ und } B(2|-4)$$

$$-4 = -\frac{3}{2} \cdot 2 + b \,|+3$$

$$b = -1 \qquad o(x) = -\frac{3}{2}x - 1$$

2. Schritt: Schnittpunkt berechnen

$$g(x) = o(x)$$

$$\frac{2}{3}x - 2 = -\frac{3}{2}x - 1 \,\Big|+\frac{3}{2}x + 2$$

$$\frac{13}{6}x = 1 \,\Big|: \left(\frac{13}{6}\right)$$

$$x = \frac{6}{13} \qquad g\left(\frac{6}{13}\right) = -\frac{22}{13} \qquad S\left(\frac{6}{13}\Big| -\frac{22}{13}\right)$$

3. Schritt: Abstand berechnen

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{\left(2 - \frac{6}{13}\right)^2 + \left(-4 + \frac{22}{13}\right)^2}$$

$$d \approx 2{,}77\text{cm}$$

5. Aufgabe

erweiterte Grundlagen

a) $g(x) = -2x + 3$ und $S(1|y)$

$g(1) = 1$

h: $S(1|1)$ und $A(-3|-1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{-1-1}{-3-1} = \frac{1}{2}$$

hohe Anforderungen

b) $\varphi = \alpha_2 - \alpha_1$ mit $\alpha_2 > \alpha_1$

$\tan(\alpha) = m$

$\tan^{-1}(m) = \alpha$

g: $m = -2$ h: $m = \frac{1}{2}$

$\tan^{-1}(-2) = \alpha$ $\tan^{-1}(0{,}5) = \alpha$

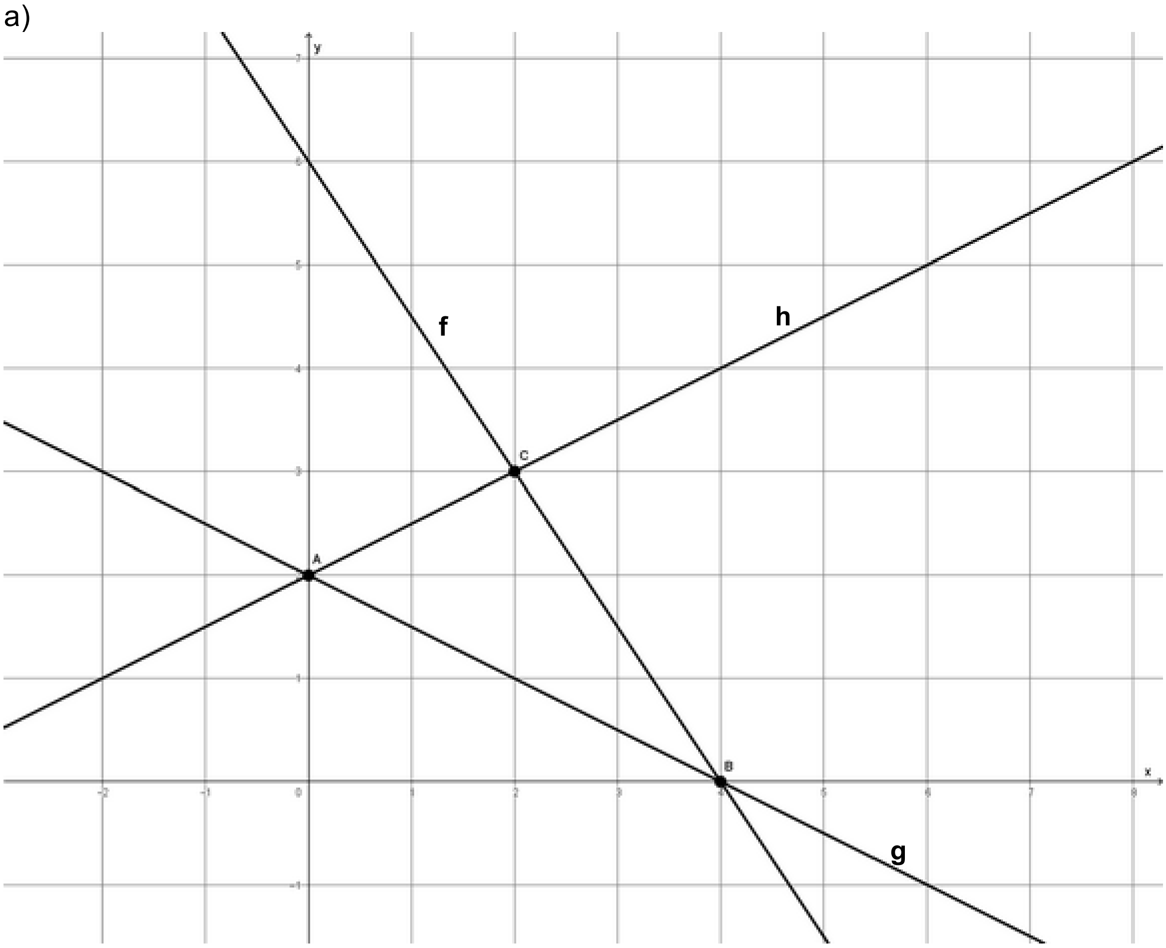
$\alpha \approx -63{,}43°$ $\alpha \approx 26{,}57°$

$\varphi = 26{,}57° + 63{,}43° = 90°$

6. Aufgabe

Grundlagen

a)



b) Seite AC = Gerade h mit $A(0|2)$ und $C(2|3)$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\qquad h(x) = m \cdot x + b$

$m = \frac{3-2}{2-0} = +\frac{1}{2}$ $\qquad 2 = \frac{1}{2} \cdot 0 + b$

$b = 2$ $\qquad h(x) = \frac{1}{2}x + 2$

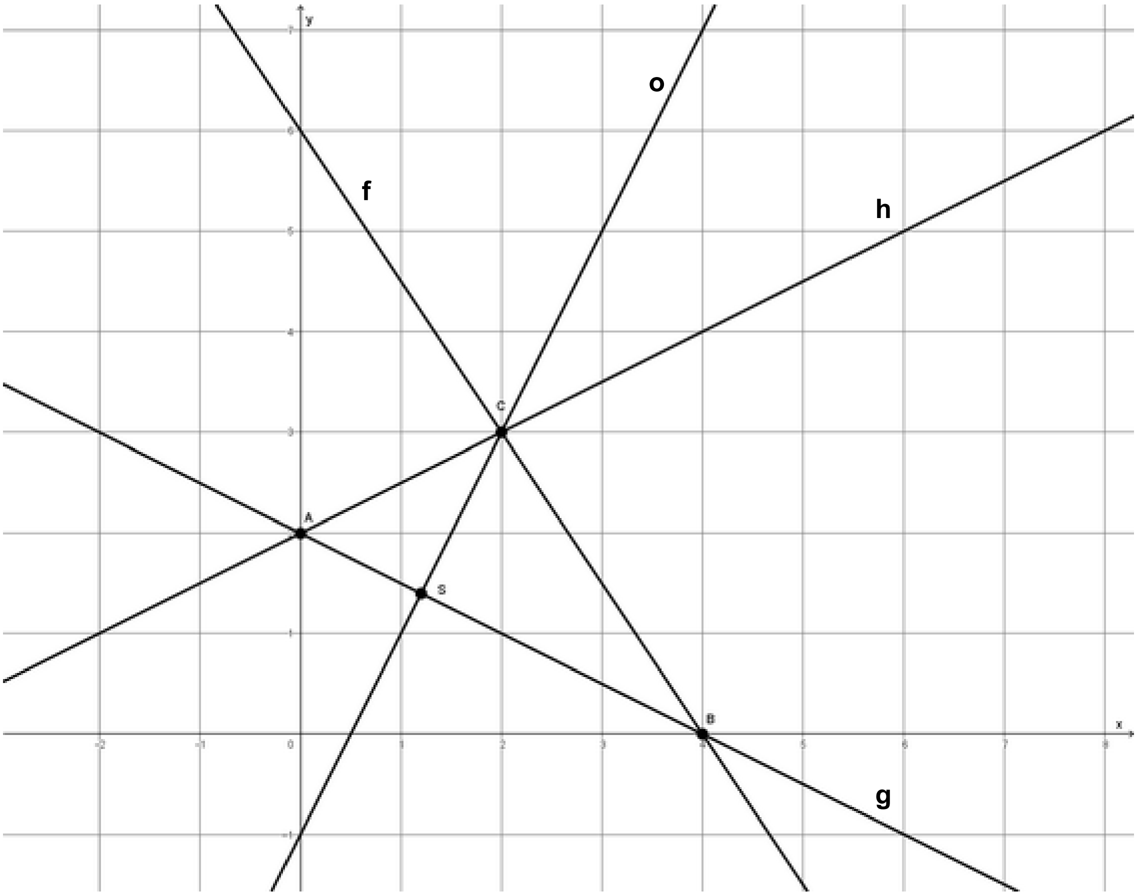
Seite BC = Gerade f mit $B(4|0)$ und $C(2|3)$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\qquad h(x) = m \cdot x + b$

$m = \frac{3-0}{2-4} = -\frac{3}{2}$ $\qquad 3 = -\frac{3}{2} \cdot 2 + b \,|+3$

$b = 6$ $\qquad f(x) = -\frac{3}{2}x + 6$

c)



hohe Anforderungen

d) $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ mit $A(0|2)$ und $B(4|0)$

$d = \sqrt{(4-0)^2 + (0-2)^2}$

$d \approx 4{,}47\text{cm}$

e) *1. Schritt: Orthogonale bilden*

$m_1 \cdot m_2 = -1$

g: $m_1 = -\frac{1}{2}$ also o: $m_2 = +2$

$o(x) = m \cdot x + b$ mit $m_2 = +2$ und $C(2|3)$

$3 = 2 \cdot 2 + b - 4$

$b = -1$ $\qquad\qquad\qquad o(x) = 2x - 1$

2. Schritt: Schnittpunkt berechnen

$g(x) = o(x)$

$-\frac{1}{2}x + 2 = 2x - 1 \,|\, -2x - 2$

$-2{,}5x = -3 \,|\, :(-2{,}5)$

$x = 1{,}2$ $\qquad\qquad g(1{,}2) = 1{,}4$ $\qquad\qquad S(1{,}2|1{,}4)$

3. Schritt: Abstand berechnen

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ mit $O(0|0)$ und $S(1{,}2|1{,}4)$

$d = \sqrt{(1{,}2 - 0)^2 + (1{,}4 - 0)^2}$

$d \approx 1{,}84\text{cm}$

Nein, der Abstand von S zum Ursprung ist kleiner als der Abstand von A und B.

f) Seite AC = Gerade h mit $m_1 = 0{,}5$ und Seite BC = Gerade f mit $m_2 = -1{,}5$

$m_1 \cdot m_2 = -1$

$0{,}5 \cdot (-1{,}5) = -1$

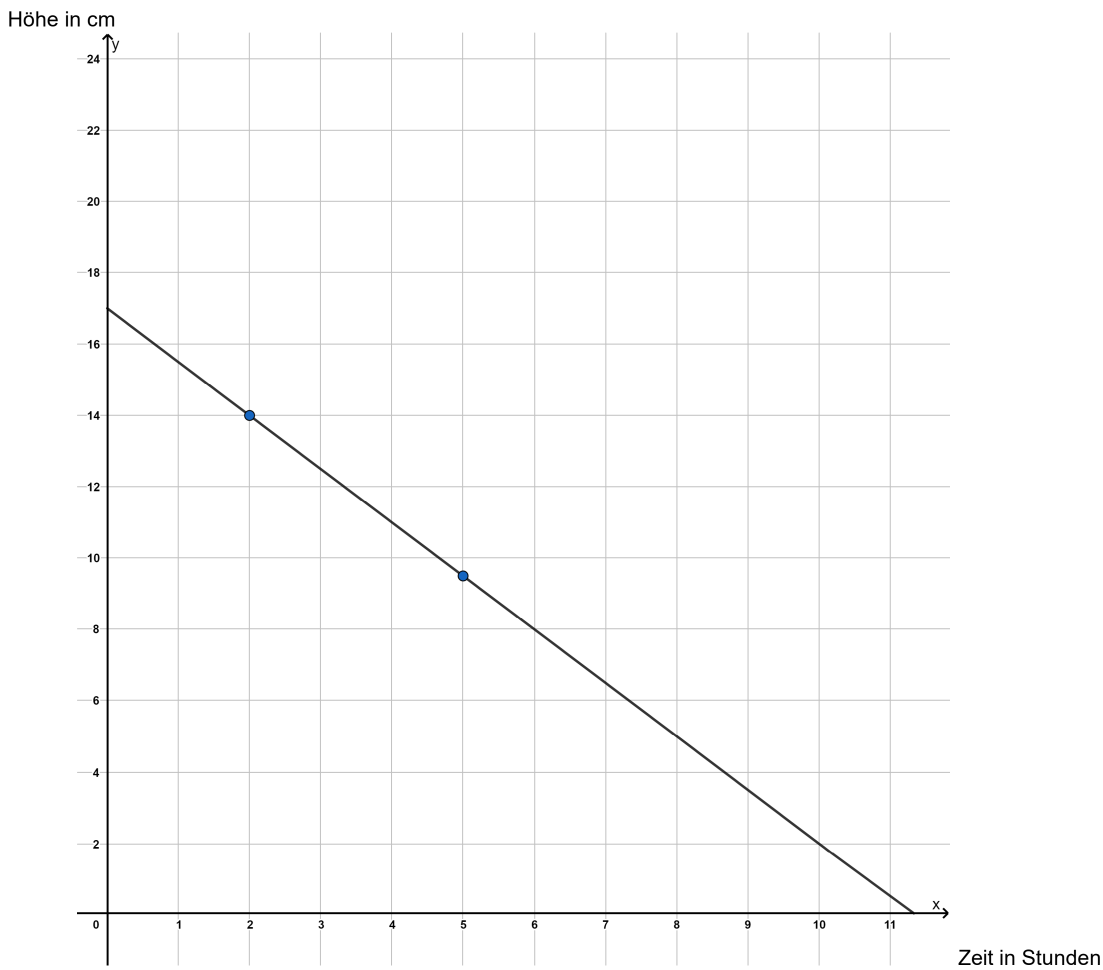
$-0{,}75 \neq -1$

Die Steigungen der beiden Geraden erfüllen die Bedingung für Orthogonalität nicht.

7. Aufgabe

hohe Anforderungen

a)



b) Die Kerze war vor dem Anzünden 17 cm lang.

c) gegebene Punkte $A(2|14)$ und $B(5|9{,}5)$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\qquad f(x) = m \cdot x + b$

$m = \frac{9{,}5 - 14}{5 - 2} = -\frac{3}{2}$ $\qquad 14 = -\frac{3}{2} \cdot 2 + b \,|\, +3$

$b = 17$ $\qquad f(x) = -\frac{3}{2}x + 17$

$f(x_N) = 0$

$0 = -\frac{3}{2}x + 17 \,\Big|\, +\frac{3}{2}x \,\Big|\, : \frac{3}{2}$

$x_N = \frac{34}{3} = 11\frac{1}{3}$

Nach 11 1/3 Stunden um 18:20 Uhr ist die Kerze abgebrannt.