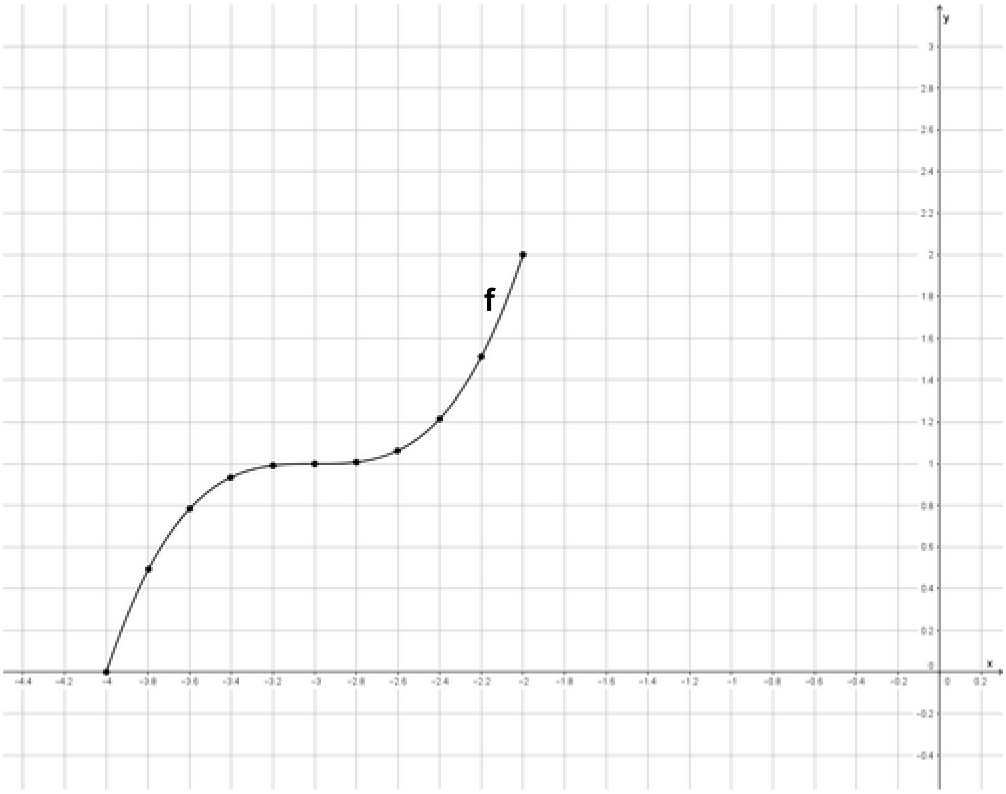
Lösungen G 17

Grundlagen

1. Aufgabe

a)



b) Der Graph kommt von unten und geht nach oben.

c) $M_1 = [-4;-2]$ monoton steigend

d) Nullstelle bei $(-4|0)$

$f'(x) = m$

$f'(x) = 3x^2 + 18x + 27$

$f'(-4) = 3$

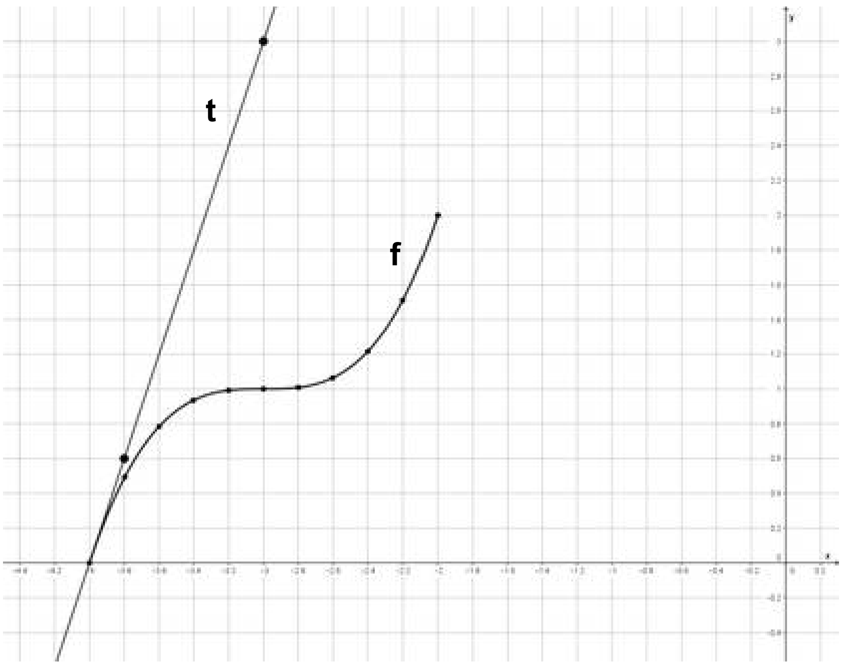
$t(x) = m \cdot x + b$

$0 = 3 \cdot (-4) + b$

$b = 12$

$t(x) = 3x + 12$

e)



f) $\tan(\alpha) = m$

$\tan^{-1}(m) = \alpha$

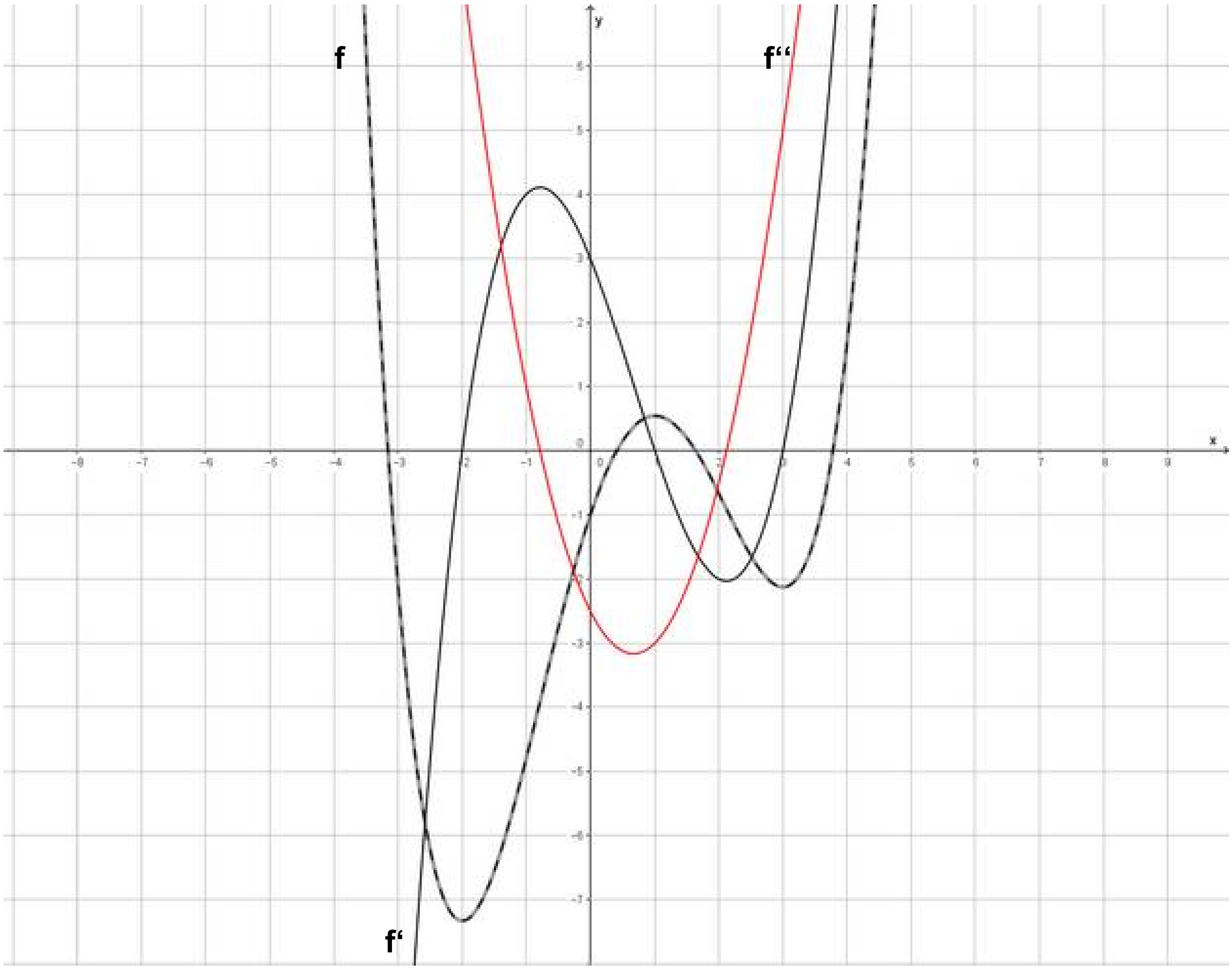
$m = 3$

$\tan^{-1}(3) = \alpha$

$\alpha = 71{,}57°$

2. Aufgabe

a)



b) Die Funktion h(x) entspricht dem Ausgangsgraphen.

3. Aufgabe

a) $f_a(x) = 0{,}5(x^2 - ax + 4)$ mit $a \geq 0$

$f_a(x) = 0{,}5x^2 - 0{,}5ax + 2$

Der Verlauf wird nur anhand der höchsten Potenz beurteilt. Hier spielt der Parameter a keine Rolle. Deshalb keine Abhängigkeit beim Verlauf.

$x \to -\infty; f_a(x) \to +\infty$

$x \to +\infty; f_a(x) \to +\infty$

Bei der Symmetrie betrachtet man alle Exponenten der Funktion. Da der Parameter a hier beachtet werden muss, führt man eine Fallunterscheidung durch.

$a > 0$ keine Symmetrie (KS), da gerade und ungerade Exponenten vorhanden sind.

$a = 0$ Achsensymmetrie (AS), da nur gerade Exponenten vorhanden sind.
(wenn $a = 0$ => $-0{,}5 \cdot 0 \cdot x = 0$ also nur $f_0(x) = 0{,}5x^2 + 2$)

b) $f_5(x) = 0{,}5x^2 - 2{,}5x + 2$

$x = 0$ $\qquad$ $f_5(x_N) = 0$

$f_5(0) = 2$ $\qquad$ $0 = 0{,}5x^2 - 2{,}5x + 2 \,|: 0{,}5$

$S_y(0|2)$ $\qquad$ $0 = x^2 - 5x + 4$

$x_{N1/2} = 2{,}5 \pm \sqrt{2{,}5^2 - 4}$

$x_{N1} = 4 \qquad x_{N2} = 1$

$S_{x1}(4|0) \qquad S_{x2}(1|0)$

$f_5{}'(x) = x - 2{,}5$

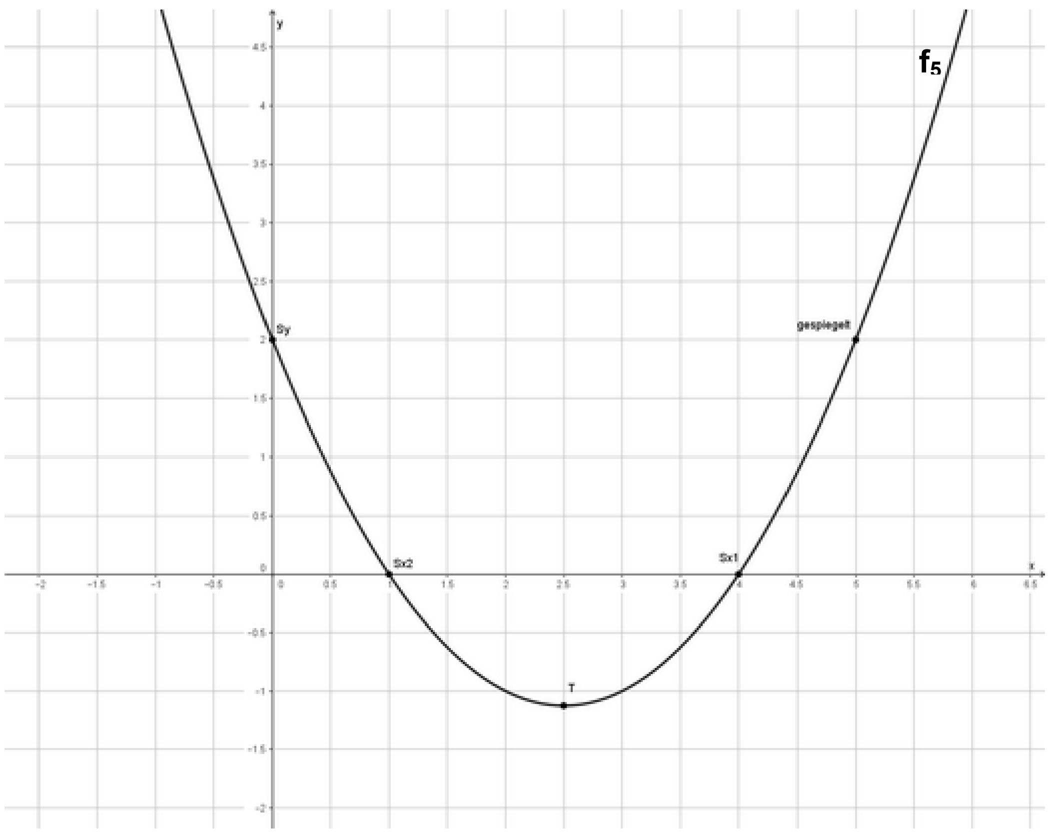
$f_5{}''(x) = 1$

$f_5{}'(x_E) = 0$ $\qquad$ $f'(x_E) = 0 \wedge f''(x_E) \neq 0$

$0 = x - 2{,}5$ $\qquad$ $f_5{}''(2{,}5) = 1 > 0 \Rightarrow T$ $\qquad$ $f_5(2{,}5) = -1{,}125 \approx -1{,}13$

$x_E = 2{,}5$ $\qquad$ $T(2{,}5|-1{,}13)$

c)



d) $S_{x1}(4|0)$ $\qquad$ $S_{x2}(1|0)$

$f'(x) = m$ $\qquad$ $f'(x) = m$

$f_5{}'(x) = x - 2{,}5$ $\qquad$ $f_5{}'(x) = x - 2{,}5$

$f_5{}'(4) = 1{,}5$ $\qquad$ $f_5{}'(1) = -1{,}5$

$t(x) = m \cdot x + b$ $\qquad$ $t(x) = m \cdot x + b$

$0 = 1{,}5 \cdot 4 + b$ $\qquad$ $0 = -1{,}5 \cdot 1 + b$

$b = -6$ $\qquad$ $b = 1{,}5$

$t(x_1) = 1{,}5x - 6$ $\qquad$ $t(x_2) = -1{,}5x + 1{,}5$

e) $m_1 \cdot m_2 = -1$

$m_1 = 1{,}5$

$m_2 = -\frac{2}{3}$

$S_{x1}(4|0)$

$n(x) = m \cdot x + b$

$0 = -\frac{2}{3} \cdot 4 + b$

$b = \frac{8}{3}$

$n(x_1) = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$

$m_1 \cdot m_2 = -1$

$m_1 = -1{,}5$

$m_2 = \frac{2}{3}$

$S_{x2}(1|0)$

$n(x) = m \cdot x + b$

$0 = \frac{2}{3} \cdot 1 + b$

$b = -\frac{2}{3}$

$n(x_2) = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$

4. Aufgabe

a) $f_t(x) = \frac{1}{8}x^3 + \frac{1}{2}tx^2 - \frac{3}{2}tx$; $t \in R.$

$x \to -\infty; f_t(x) \to -\infty$

$x \to +\infty; f_t(x) \to +\infty$

keine Abhängigkeit von t, da kein t bei x³

Fallunterscheidung:

$t < 0$

$t > 0$

keine Symmetrie (KS), da gerade und ungerade Exponenten vorhanden sind.

$t = 0$ Punktsymmetrie (PS), da nur ungerade Exponenten vorhanden sind.

(wenn $t = 0$ => $\frac{1}{2} \cdot 0 \cdot x - \frac{3}{2} \cdot 0 \cdot x = 0$ also nur $f_0(x) = \frac{1}{8}x^3$)

b) $f_{-3}(x) = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2}x$

$f_{-3}(x_N) = 0$

$0 = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2}x \,\Big|\, : \frac{1}{8}$

$0 = x^3 - 12x^2 + 36x$

$0 = x(x^2 - 12x + 36)$

$x_{N1} = 0$

$0 = x^2 - 12x + 36$

$x_{N2/3} = 6 \pm \sqrt{36 - 36}$

$x_{N2/3} = 6$

$S_{x1}(0|0)$ $\quad$ $S_{x2/3}(6|0)$

$f_{-3}{}'(x) = \frac{3}{8}x^2 - 3x + \frac{9}{2}$

$f_{-3}{}''(x) = \frac{3}{4}x - 3$

$f_{-3}{}'(x_E) = 0$ $\qquad$ $f'(x_E) = 0 \wedge f''(x_E) \neq 0$

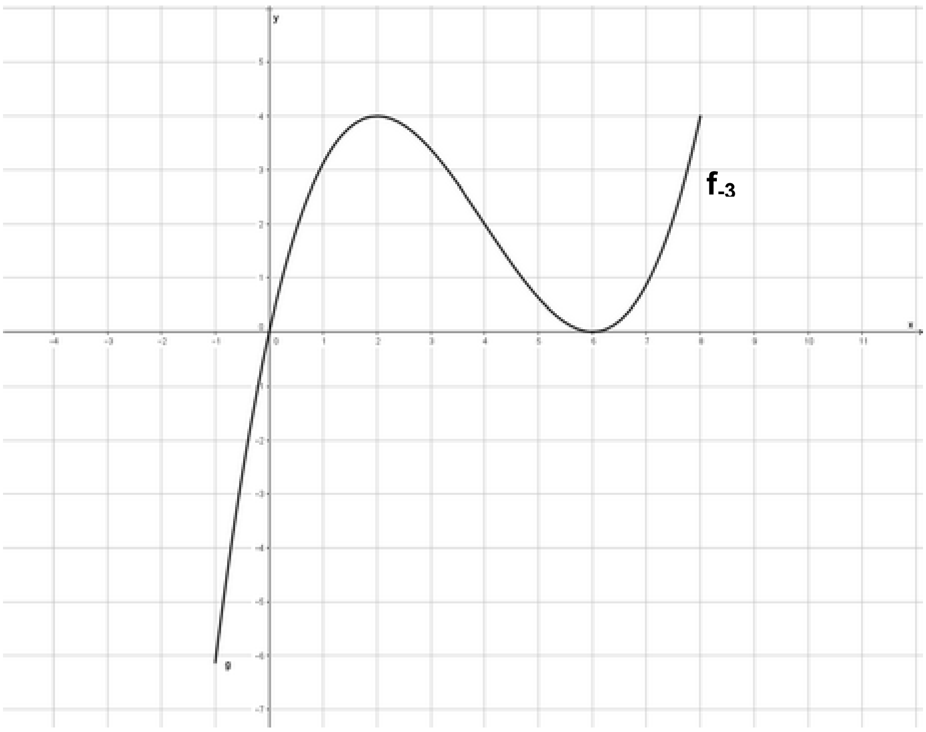
$0 = \frac{3}{8}x^2 - 3x + \frac{9}{2} \Big| : \frac{3}{8}$ $\qquad$ $f_{-3}{}''(6) = 1{,}5 > 0 \Rightarrow T$ $\qquad$ $f_{-3}(6) = 0 \quad T(6|0)$

$0 = x^2 - 8x + 12$ $\qquad$ $f_{-3}{}''(2) = -1{,}5 < 0 \Rightarrow H$ $\qquad$ $f_{-3}(2) = 4 \quad H(2|4)$

$x_{E1/2} = 4 \pm \sqrt{16-12}$

$x_{E1} = 6 \qquad x_{E2} = 2$

c)



d) $f_{-3}{}''(x) = \frac{3}{4}x - 3$

$f_{-3}{}'''(x) = \frac{3}{4}$

$f_{-3}{}''(x_W) = 0$ $\qquad$ $f_{-3}{}''(x_W) = 0 \wedge f_{-3}{}'''(x_W) \neq 0$

$0 = \frac{3}{4}x - 3$ $\qquad$ $f_{-3}{}'''(4) = \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow R-L-K$ $\qquad$ $f_{-3}(4) = 2 \quad W_{R-L}(4|2)$

$x_W = 4$

$f'(x) = m$

$f_{-3}{}'(x) = \frac{3}{8}x^2 - 3x + \frac{9}{2}$

$f_{-3}{}'(4) = -1{,}5$ $\qquad$ $\tan(\alpha) = m$

$t(x) = m \cdot x + b$ $\qquad$ $m = -1{,}5$

$2 = -1{,}5 \cdot 4 + b$ $\qquad$ $\tan^{-1}(-1{,}5) = \alpha$

$b = 8$ $\qquad$ $\alpha = -56{,}31°$

$t(x_W) = -1{,}5x + 8$