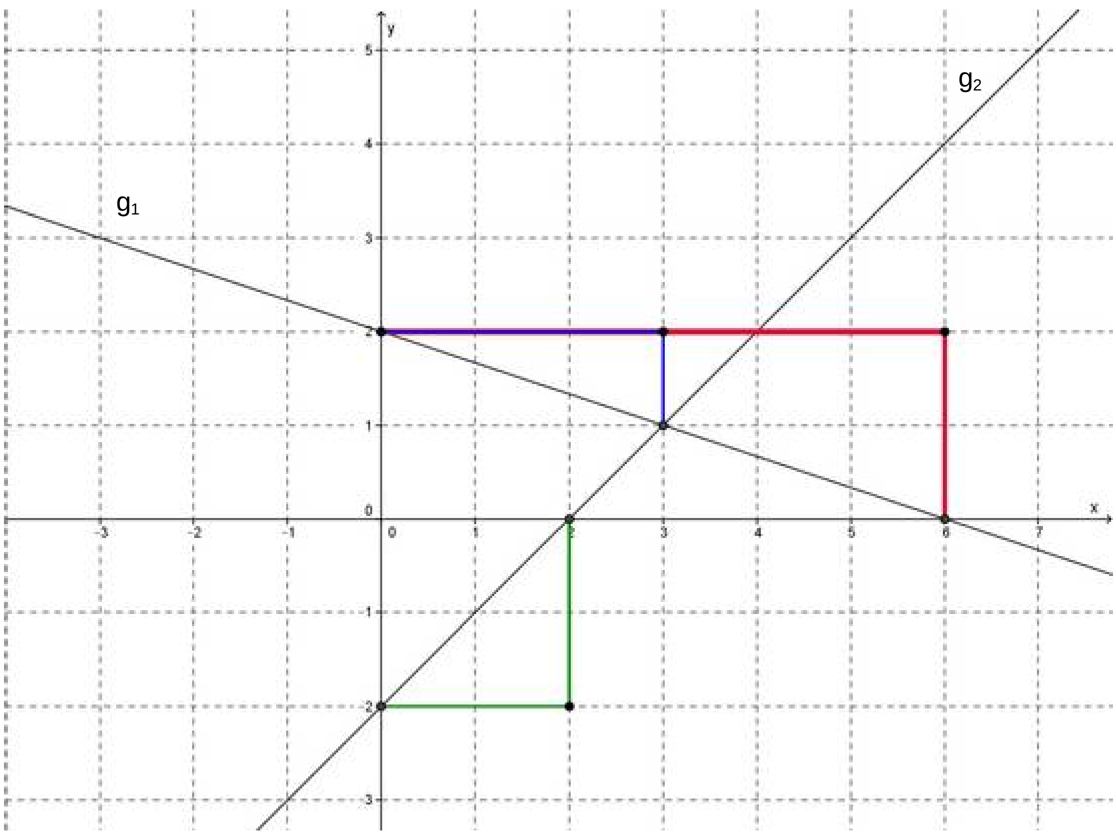
Lösungen G1

<u>1. Aufgabe</u>

a) Die Gerade g_1 ist eine fallende Gerade, sie kommt von links oben und geht nach rechts unten.
Die Gerade g_2 ist eine steigende Gerade, sie kommt von links unten und geht nach rechts oben.

b) Steigungsdreiecke sitzen bei fallenden Geraden obendrauf, bei steigenden Geraden untendrunter.
Die Punkte müssen genau auf einer Kästchenecke sitzen, sonst sind sie ungenau.
Man beginnt beim linken Punkt und „wandert" zuerst nach rechts (waagrecht).
Dann entscheidet sich, ob man nach oben „wandern" muss (+ Steigung),
oder nach unten (– Steigung), um zum zweiten Punkt zu gelangen.



Dabei ist es egal, wie groß das Steigungsdreieck gezeichnet wird.
Das rote Dreieck ist doppelt so groß wie das blaue. Man erhält aber aus beiden Dreiecken dieselbe Steigung, da der Bruch gekürzt werden muss.
Das grüne Dreieck kann auch kleiner (oder noch größer) gezeichnet werden.

c) Die Steigung m wird als Bruch angegeben: $m = \frac{y - \text{Abstand}}{x - \text{Abstand}}$.
Der y-Achsenabschnitt ist der Wert auf der y-Achse, bei dem die Gerade durchgeht.

Gerade g_1:
$m = -\frac{1}{3}$ für das blaue Dreieck, oder eben $m = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$ für das rote Dreieck.
$b = +2$ abgelesen auf der y-Achse
Setzt man m und b in die allgemeine Geradengleichung $y = m \cdot x + b$ ein, so erhält man
$y = -\frac{1}{3}x + 2$ als Gleichung für die Gerade g_1.

Gerade g_2:

Aus $m = \frac{2}{2} = 1$ und $b = -2$ erhält man $y = x - 2$ als Gleichung für die Gerade g_2.

d) Der **S**chnittpunkt mit der y-Achse heißt Sy, mit der x-Achse Sx.

Gerade g_1:

$S_x(6|0)$

$S_y(0|2)$

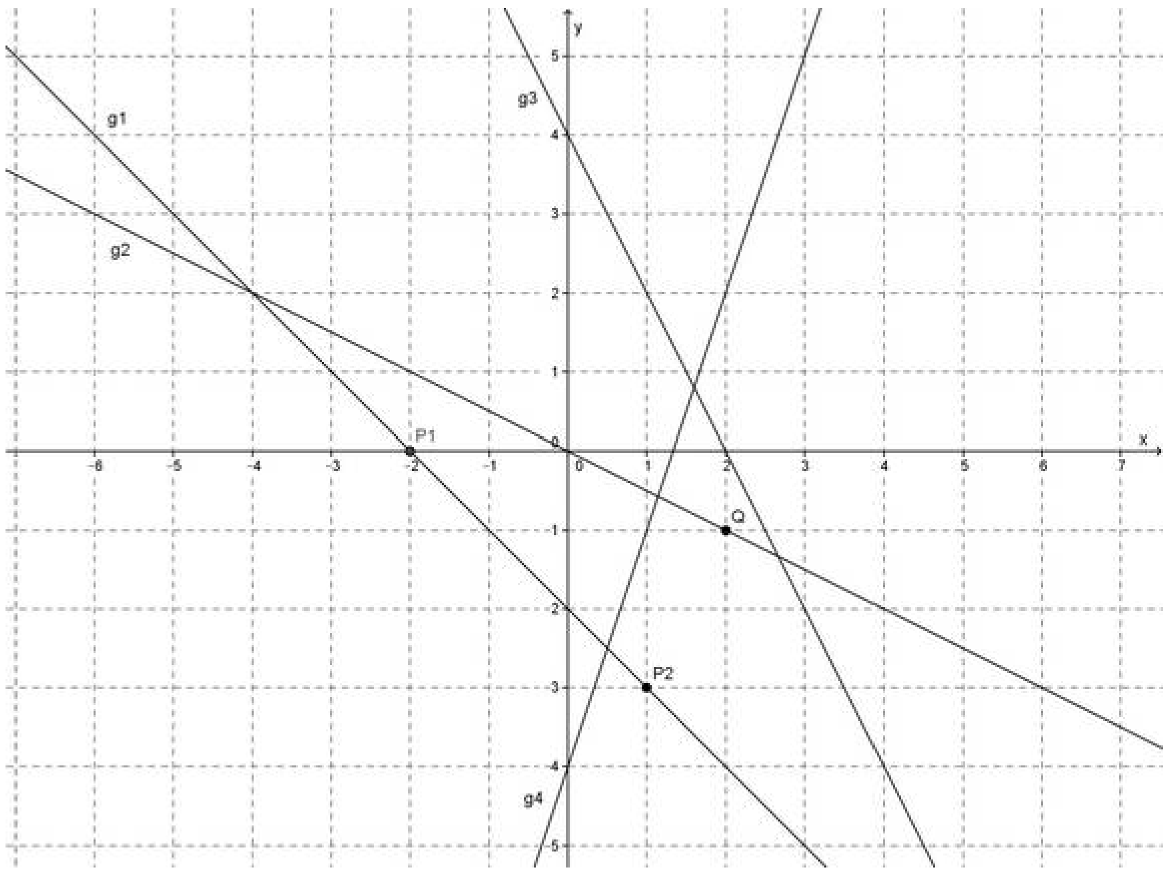
Gerade g_2:

$S_x(2|0)$

$S_y(0|-2)$

e) $S(3|1)$

<u>2. Aufgabe</u>



Gerade g_1:

Man zeichnet die beiden Punkte P_1 und P_2 ein und verbindet diese auch über die Punkte hinaus, da eine Gerade unendlich weiter verläuft. Die Gerade wird so lang gezeichnet, wie das Koordinatensystem reicht.

Gerade g_2:

Hier wird der Punkt Q eingezeichnet. Von ihm aus „wandert" man die Steigung ab.
Im Nenner des Bruches steht, wie viele Einheiten nach rechts (immer nur rechts) in x-Richtung gewandert werden muss. Im Zähler stehen die Einheiten für die y-Richtung. Ist die Steigung positiv (+), so wandert man die Einheiten nach oben und markiert dort den neuen Punkt. Ist die Steigung negativ (–), so wandert man die Einheiten nach unten und markiert dort den neuen Punkt.

Für die Gerade g_2 wandert man vom Punkt Q aus 2 Einheiten nach rechts und eine Einheit nach unten. Dort, bei $(4|-2)$, markiert man den neuen Punkt und zeichnet die Gerade ein.

Gerade g_3:
Bei dieser Geraden sind die Steigung und der y-Achsenabschnitt gegeben.
Man markiert auf der y-Achse die 4 und wandert von dort aus eine Einheit nach rechts und 2 Einheiten nach unten. Neuer Punkt $(1|2)$, durchzeichnen, fertig.

Ganze Zahlen werden als Bruch mit Einteln dargestellt: $m=-2=\frac{-2}{1}$.

Gerade g_4:
Aus der Geradengleichung muss man erst die Steigung m und den y-Achsenabschnitt b herauslesen: $m=3$ und $b=-4$.
Nun verfährt man wie bei g_3, markiert b, also auf der y-Achse die –4, und wandert von dort aus die Steigung $m=\frac{3}{1}$ ab, also eine Einheit nach rechts und drei Einheiten nach oben. Neuer Punkt $(1|-1)$, durchzeichnen, fertig.

Die Geraden müssen alle mit g_1, g_2, usw. beschriftet werden!

b) Da die Geradengleichung g_4 schon vollständig ist, müssen nur die anderen drei berechnet bzw. angegeben werden.

Gerade g_1:
Hat man zwei Punkte einer Geraden gegeben, so muss man zuerst die Steigung berechnen.

$P_1(-2|0) \quad P_2(1|-3)$

$x_1 \; y_1 \qquad x_2 \; y_2$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-3-0}{1-(-2)}=\frac{-3-0}{1+2}=\frac{-3}{3}=-1$$

Nun setzt man einen der beiden Punkte und die Steigung in die allgemeine Geradengleichung $y=m\cdot x+b$ ein und berechnet b, den y-Achsenabschnitt.

$m=-1$ und $P_2(1|-3)$

$-3=-1\cdot 1+b$

$-3=-1+b \quad |+1$

$-2=b$

Daraus ergibt sich nun die richtige Geradengleichung $y=-x-2$.

Gerade g_2:
Hier ist die Steigung und ein Punkt schon vorhanden. Man muss also nur den y-Achsenabschnitt b berechnen.

$m=-\frac{1}{2}$ und $Q(2|-1)$

$-1=-\frac{1}{2}\cdot 2+b$

$-1=-1+b \quad |+1$

$0=b$

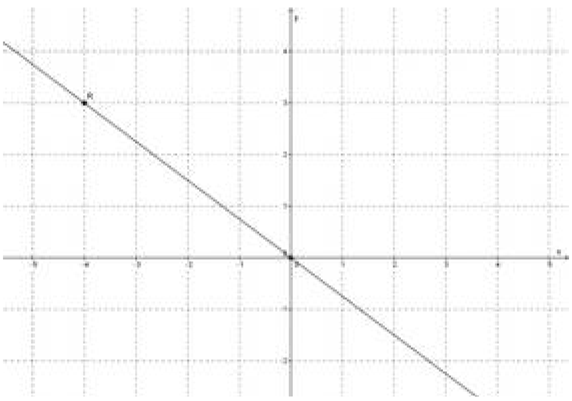
Daraus ergibt sich nun die richtige Geradengleichung $y=-\frac{1}{2}x$. (+ 0 nicht schreiben)

Gerade g_3:
Für die Gleichung dieser Geraden muss man nichts berechnen. Man setzt einfach m und b in die allgemeine Geradengleichung ein.
$m = -2$ und $b = 4$
Daraus ergibt sich die Geradengleichung $y = -2x + 4$.

c) $A(x|7)$ für g_3 mit $y = -2x + 4$
Der y-Wert des Punktes A wird eingesetzt und der fehlende Wert für x berechnet.
$7 = -2x + 4 \mid -4$
$3 = -2x \mid :(-2)$ Daraus ergibt sich $A(-1{,}5|7)$.
$-1{,}5 = x$

$B(-2|y)$ für g_4 mit $y = 3x - 4$
Der x-Wert des Punktes B wird eingesetzt und der fehlende Wert für y berechnet.
$y = 3 \cdot (-2) - 4$
$y = -6 - 4$ Daraus ergibt sich $B(-2|-10)$.
$y = -10$

3. Aufgabe
a) Eine Ursprungsgerade verläuft durch den Ursprung $U(0|0)$.



b) Auch hier muss man die Steigung berechnen, da nur zwei Punkte gegeben sind.
$U(0|0)$ und $R(-4|3)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-0}{-4-0} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$$

Der y-Achsenabschnitt kann berechnet werden. Da aber von einer Ursprungsgeraden gesprochen wurde, sollte man wissen, dass $b = 0$ ist.
Daraus ergibt sich die Geradengleichung $y = -\frac{3}{4}x$.

4. Aufgabe
a) Der Schnittpunkt mit der y-Achse wird mit dem Befehl $x = 0$ berechnet.
$x = 0$
$y = 3 \cdot 0 - 6$ Daraus ergibt sich $S_y(0|-6)$.
$y = -6$

b) Der Schnittpunkt mit der x-Achse wird mit dem Befehl $y = 0$ berechnet.

$y = 0$

$0 = 3x - 6 \mid +6$

$6 = 3x \mid :3$

$2 = x$

Daraus ergibt sich $S_x(2|0)$.

c) Eine Punktprobe führt man durch, indem man beide Werte einsetzt und überprüft, ob die Gleichung stimmt.

$y = 3x - 6$ und $P(4|6)$

$6 = 3 \cdot 4 - 6$

$6 = 12 - 6$

$6 = 6$

Dies ist eine wahre Aussage. Der Punkt liegt auf der Geraden.

<u>5. Aufgabe</u>

$y = -3x + b$ und $P(2|-4)$

Durch Einsetzen der Werte kann man b berechnen.

$-4 = -3 \cdot 2 + b$

$-4 = -6 + b \mid +6$

$2 = b$

Daraus ergibt sich die Geradengleichung $y = -3x + 2$.

<u>6. Aufgabe</u>

In dem gemeinsamen Schnittpunkt von zwei Geraden sind der x-Wert und der y-Wert für beide Gleichungen gültig. Da die Gleichungen nach y = aufgelöst sind, gibt man den Befehl $y_1 = y_2$. Führt man den Befehl aus und ersetzt die y-Variablen durch den gleichwertigen Term mit x, erhält man eine Gleichung, die nur noch die Variable x enthält und somit kann man x berechnen.

$y_1 = y_2$

$5x - 2 = -\frac{1}{2}x + 9 \mid +2$

$5x = -\frac{1}{2}x + 11 \mid +\frac{1}{2}x$

$5{,}5x = 11 \mid :5{,}5$

$x = 2$

Setzt man den berechneten x-Wert in eine der beiden Ausgangsgleichungen ein, erhält man den zugehörigen y-Wert.

$y = 5 \cdot 2 - 2$

$y = 10 - 2$

$y = 8$

Daraus ergibt sich $S(2|8)$ als gemeinsamer Schnittpunkt.

Zur Sicherheit sollte man im Kopf oder mit dem Taschenrechner die Probe in der anderen Gleichung durchführen. Nur wenn dort der Punkt auch stimmt, ist es wirklich der Schnittpunkt von beiden Geraden.

$y = -\frac{1}{2}x + 9$ und $S(2|8)$

$8 = -\frac{1}{2} \cdot 2 + 9$

$8 = 8$

Stimmt.