

Lösungen 2014

1. Aufgabe

$$f(x) = 0,25x^3 - 1,75x - 1,5$$

$$f'(x) = 0,75x^2 - 1,75$$

$$f''(x) = 1,5x$$

$$f'''(x) = 1,5$$

Am besten zuerst die Ableitungen bilden!

$$1. D = \mathbb{R} \quad 2. \begin{array}{l} x \rightarrow -\infty; f(x) \rightarrow -\infty \\ x \rightarrow +\infty; f(x) \rightarrow +\infty \end{array}$$



$$3. KS \quad 4. S_y(0|-1,5) \text{ und für } S_x \quad f(x) = 0$$

$$0 = 0,25x^3 - 1,75x - 1,5 | : 0,25$$

$$0 = x^3 - 7x - 6 \quad \text{Poly.div. mit } x_1 = -1$$

$$(x^3 + 0x^2 - 7x - 6) : (x + 1) = x^2 - x - 6$$

$$p\text{-q-Formel liefert } x_2 = 3 \text{ und } x_3 = -2 \Rightarrow S_{x_1}(-1|0) \quad S_{x_2}(3|0) \quad S_{x_3}(-2|0)$$

$$5. f'(x) = 0$$

$$0 = 0,75x^2 - 1,75 | : 0,75$$

$$0 = x^2 - \frac{7}{3} \quad \left| + \frac{7}{3} \right.$$

$$x^2 = \frac{7}{3} \quad \left| \sqrt{\quad} \right.$$

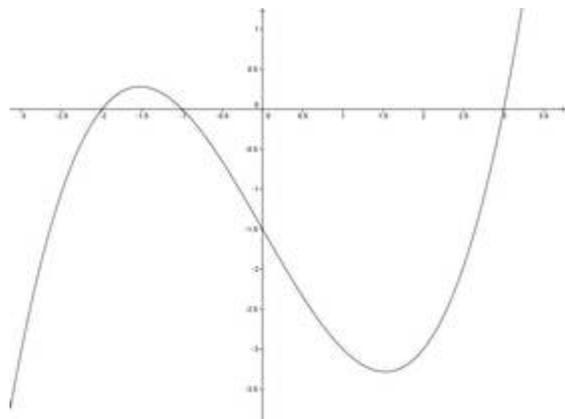
$$x_1 = 1,5 \text{ und } x_2 = -1,5$$

$$f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$$

$$f''(1,5) = 2,25 > 0 \Rightarrow T \quad f(1,5) = -3,3 \quad T(1,5|-3,3)$$

$$f''(-1,5) = -2,25 < 0 \Rightarrow H \quad f(-1,5) = 0,3 \quad H(-1,5|0,3)$$

7. Zeichnung



$$6. f''(x) = 0$$

$$0 = 1,5x$$

$$0 = x$$

$$f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$$

$$f'''(0) = 1,5 > 0 \Rightarrow R - L - K$$

$$f(0) = 1,5 \quad W_{R-L}(0|1,5)$$

2. Aufgabe

$$a) f(x) = -1,5x^3 + 9x^2 - 22,5$$

$$f'(x) = -4,5x^2 + 18x$$

$$f'(-2) = -54 \Rightarrow m = -54$$

$$b) m = 13,5 \text{ und } f'(x) = m$$

$$13,5 = -4,5x^2 + 18x | -13,5$$

$$0 = -4,5x^2 + 18x - 13,5 | : (-4,5)$$

$$0 = x^2 - 4x + 3$$

$$p\text{-q ergibt } x_1 = 3 \text{ und } x_2 = 1$$

$$f(3) = 18 \text{ und } f(1) = -15$$

$$P_1(3|18) \quad P_2(1|-15)$$

c) Wendepunkt berechnen

$$f(x) = -1,5x^3 + 9x^2 - 22,5$$

$$f'(x) = -4,5x^2 + 18x$$

$$f''(x) = -9x + 18$$

$$f'''(x) = -9$$

$$f''(x) = 0$$

$$0 = -9x + 18$$

$$x = 2$$

$$f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$$

$$f'''(2) = -9 \Rightarrow L - R - K$$

$$f(2) = 1,5$$

$$W_{L-R}(2|1,5)$$

$$t(x) = m \cdot x + b$$

$$f'(x) = m$$

$$f'(2) = 18$$

$$1,5 = 18 \cdot 2 + b$$

$$b = -34,5$$

$$t(x) = 18x - 34,5$$

3. Aufgabe

$$f(x) = -0,5x^3 + 2,5x^2 - x - 4$$

$$f'(x) = -1,5x^2 + 5x - 1$$

$$x = 3 \Rightarrow f(3) = 2 \text{ y-Wert}$$

$$\Rightarrow f'(3) = 0,5$$

$$t(x) = m \cdot x + b$$

$$2 = 0,5 \cdot 3 + b$$

$$b = 0,5$$

$$t(x) = 0,5x + 0,5$$

An der Stelle 6 fällt er herunter.

$$t(6) = 3,5$$

Der Rodler fällt aus einer Höhe von 3,5 Metern.

4. Aufgabe

$$f(x) = -1,4x^4 + 70x^2 + 20,4$$

$$f'(x) = -5,6x^3 + 140x$$

$$f''(x) = -16,8x^2 + 140$$

a) Der Einbrennvorgang startet erst nach 4 Stunden. $\Rightarrow x = 4$

$$f(4) = 782$$

Die Temperatur liegt bei 782°C beim Starten des Einbrennvorgangs.

b) $f'(x) = 0$

$$0 = -5,6x^3 + 140x \quad | :(-5,6)$$

$$0 = x^3 - 25x$$

$$0 = x(x^2 - 25) \quad x_1 = 0$$

$$0 = x^2 - 25 \quad x_2 = 5 \text{ und } (x_3 = -5 \text{ liegt nicht im vorgegebenen Bereich)}$$

$$f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$$

$$f''(0) = 140 > 0 \Rightarrow T$$

$$f''(5) = -280 < 0 \Rightarrow H$$

$$f(5) = 895,4$$

Nach 5 Stunden wird die maximale Temperatur von 895,4°C erreicht.

c) $f(x) = 726$

$$726 = -1,4x^4 + 70x^2 + 20,4 \quad | -726$$

$$0 = -1,4x^4 + 70x^2 - 705,6 \quad | :(-1,4)$$

$$0 = x^4 - 50x^2 + 504$$

$$x^2 = z \Rightarrow 0 = z^2 - 50z + 504$$

p-q ergibt $z_1 = 36$ und $z_2 = 14$

$$z = x^2 \text{ und Wurzel ziehen liefert } x_1 = 6 \quad x_2 = -6 \quad x_3 = 3,7 \quad x_4 = -3,7$$

Die Lösungen $x_2 = -6$ und $x_4 = -3,7$ fallen nicht in den angegebenen Bereich.

Da der Ofen wieder auf 726°C abgekühlt sein soll, kommt nur die Lösung $x_1 = 6$ in Frage.

Die Lösung $x_3 = 3,7$ fällt in die Zeit des Vorheizens.