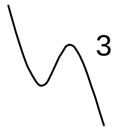
Lösungen D 16

1. Aufgabe

$f_1(x) = -0{,}5x^3 - 2x^2 - 0{,}5x + 3$ 1. $D = R$ 2. $\begin{array}{l} x \to -\infty; f(x) \to +\infty \\ x \to +\infty; f(x) \to -\infty \end{array}$



3. KS

4. $S_y(0|3)$ $f(x) = 0$ $0 = -0{,}5x^3 - 2x^2 - 0{,}5x + 3 \;\big|\; :(-0{,}5)$

$0 = x^3 + 4x^2 + x - 6$ Polynomdivision mit $x_1 = 1$

$$\begin{array}{l} (x^3 + 4x^2 + x - 6) : (x - 1) = x^2 + 5x + 6 \\ \underline{-(x^3 - 1x^2)} \\ \quad 5x^2 + x \\ \quad \underline{-(5x^2 - 5x)} \\ \qquad 6x - 6 \\ \qquad \underline{-(6x - 6)} \\ \qquad\quad 0 \end{array}$$

$x^2 + 5x + 6 = 0$ p-q-Formel

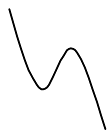
$x_{2/3} = -2{,}5 \pm \sqrt{2{,}5^2 - 6}$

$x_2 = -2$

$x_3 = -3$

$S_{x1}(1|0)$ $S_{x2}(-2|0)$ $S_{x3}(-3|0)$

$f_2(x) = -0{,}25x^3 - 2x^2 + 0{,}25x + 2$ 1. $D = R$ 2. $\begin{array}{l} x \to -\infty; f(x) \to +\infty \\ x \to +\infty; f(x) \to -\infty \end{array}$



3. KS

4. $S_y(0|2)$ $f(x) = 0$ $0 = -0{,}25x^3 - 2x^2 + 0{,}25x + 2 \;\big|\; :(-0{,}25)$

$0 = x^3 + 8x^2 - x - 8$ Polynomdivision mit $x_1 = 1$

$$\begin{array}{l} (x^3 + 8x^2 - x - 8) : (x - 1) = x^2 + 9x + 8 \\ \underline{-(x^3 - 1x^2)} \\ \quad 9x^2 - x \\ \quad \underline{-(9x^2 - 9x)} \\ \qquad 8x - 8 \\ \qquad \underline{-(8x - 8)} \\ \qquad\quad 0 \end{array}$$

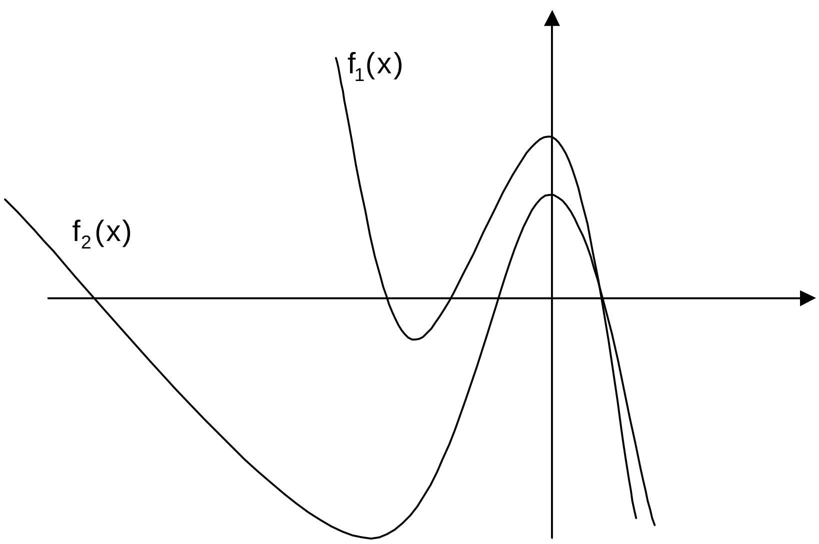
$x^2 + 9x + 8 = 0$ p-q-Formel

$x_{2/3} = -4{,}5 \pm \sqrt{4{,}5^2 - 8}$

$x_2 = -1$

$x_3 = -8$

$S_{x1}(1|0)$ $S_{x2}(-1|0)$ $S_{x3}(-8|0)$



gemeinsamer Schnittpunkt bei S(1l0)

Schnittpunkte berechnen

$$f_2(x) = f_2(x)$$
$$-0{,}5x^3 - 2x^2 - 0{,}5x + 3 = -0{,}25x^3 - 2x^2 + 0{,}25x + 2 \;\Big|\; + 0{,}25x^3 + 2x^2 - 0{,}25x - 2$$
$$-0{,}25x^3 - 0{,}75x + 1 = 0 \;\Big|\; : (-0{,}25)$$
$$x^3 + 3x - 4 = 0$$

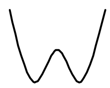
$x_1 = 1$ Schnittpunkt !

$$(x^3 + 0x^2 + 3x - 4) : (x - 1) = x^2 + x + 4$$
$$\begin{array}{l} -(x^3 - x^2) \\ \hline \quad x^2 + 3x \\ \quad -(x^2 - x) \\ \hline \qquad 4x - 4 \\ \qquad -(4x - 4) \\ \hline \qquad\quad 0 \end{array}$$

$$x^2 + x + 4 = 0$$
$$x_{2/3} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}5^2 - 4}$$
n.l.

Es gibt nur den Schnittpunkt S(1I0).

<u>2. Aufgabe</u>

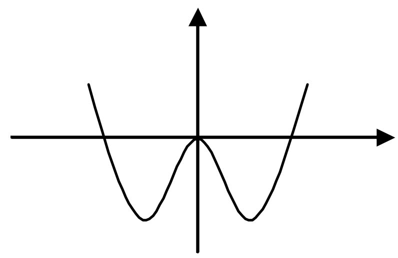
a) $f_1(x) = x^4 - 9x^2$ 1. $D = R$ 2. $x \to -\infty; f(x) \to +\infty$ / $x \to +\infty; f(x) \to +\infty$  3. AS

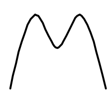
4. $S_y(0|0)$ $f(x) = 0$ $0 = x^4 - 9x^2$ ausklammern

$0 = x^2(x^2 - 9)$

$x_{1/2} = 0$; $x_3 = 3$; $x_4 = -3$

$S_{x1/2}(0|0)$ $S_{x3}(3|0)$ $S_{x4}(-3|0)$



b) $f_2(x) = -0{,}25x^4 + 2x^2 - 4$ 1. $D = R$ 2. $x \to -\infty; f(x) \to -\infty$ / $x \to +\infty; f(x) \to -\infty$  3. AS

4. $S_y(0|-4)$ $f(x) = 0$ $0 = -0{,}25x^4 + 2x^2 - 4 |: (-0{,}25)$

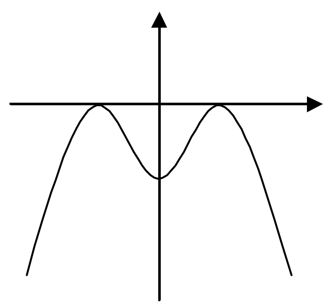
$0 = x^4 - 8x^2 + 16$ Substitution mit $x^2 = z$ p-q-Formel

$z_{1/2} = 4$ Resubstitution mit $z = x^2$ ergibt

$x^2 = 4$ und noch mal $x^2 = 4$

=> $x_{1/2} = 2$ und $x_{3/4} = -2$

$S_{x1/2}(2|0)$ $S_{x3/4}(-2|0)$



3. Aufgabe

a)

$$f(x) = \frac{-5}{x+2}$$

1. Definitionsbereich

$N(x) = 0$

$0 = x + 2$

$x = -2$

$D = R \setminus \{-2\}$

2. Schnittpunkt mit der y-Achse

$x = 0$

$f(0) = -\frac{5}{2}$

$S_y(0|-2{,}5)$

3. Poluntersuchung

$x = -2$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -2-} f(x) = +\infty \\ \lim\limits_{x\to -2+} f(x) = -\infty\end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Pol mit} \\ \text{VZW}\end{array}$$

4. Verhalten im Unendlichen

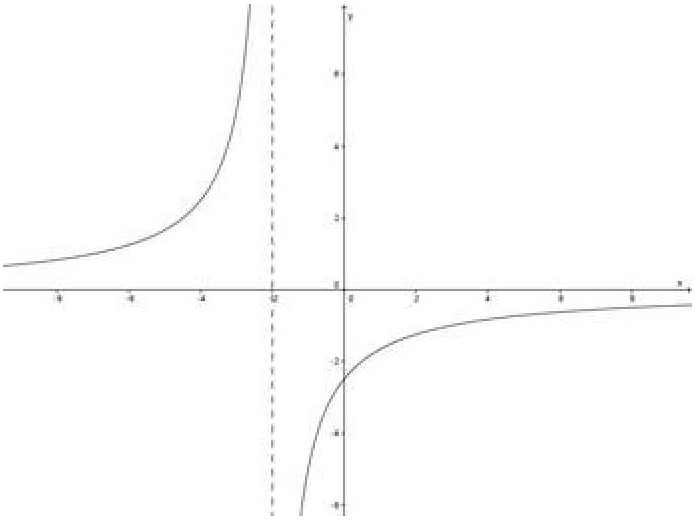
$x \to -\infty; f(x) \to +0$ Annährung von oben

$x \to +\infty; f(x) \to -0$ Annäherung von unten

5. Symmetrie

KS

6. Zeichnung



b)

$$f(x) = \frac{9}{x-3}$$

1. Definitionsbereich

$N(x) = 0$

$0 = x - 3$

$x = 3$

$D = R \setminus \{3\}$

2. Schnittpunkt mit der y-Achse

$x = 0$

$f(0) = -3$

$S_y(0|-3)$

3. Poluntersuchung

$x = 3$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 3-} f(x) = -\infty \\ \lim\limits_{x\to 3+} f(x) = +\infty\end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Pol mit} \\ \text{VZW}\end{array}$$

4. Verhalten im Unendlichen

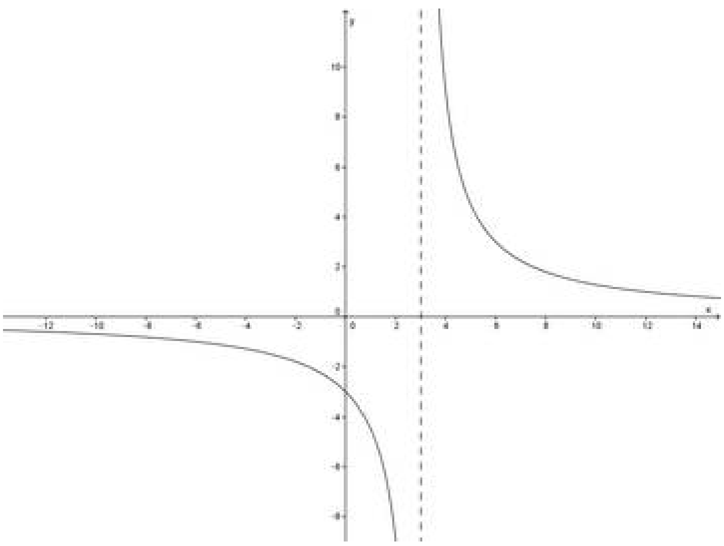
$x \to -\infty; f(x) \to -0$ Annährung von unten

$x \to +\infty; f(x) \to +0$ Annäherung von oben

5. Symmetrie

KS

6. Zeichnung



c)

$$f(x)=\frac{1}{x^2-3x}$$

1. Definitionsbereich

$N(x)=0$

$0=x^2-3x$ ausklammern

$0=x(x-3)$

$x_1=0\ ;\ x_2=3$

$D=R\setminus\{0;3\}$

2. Schnittpunkt mit der y-Achse

$x=0$

$f(0)=\text{n.l.}$

kein S_y

3. Poluntersuchung

$x=0$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 0-} f(x)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to 0+} f(x)=-\infty\end{array}\right\}\quad \text{Pol mit VZW}$$

$x=3$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 3-} f(x)=-\infty\\ \lim\limits_{x\to 3+} f(x)=+\infty\end{array}\right\}\quad \text{Pol mit VZW}$$

4. Verhalten im Unendlichen

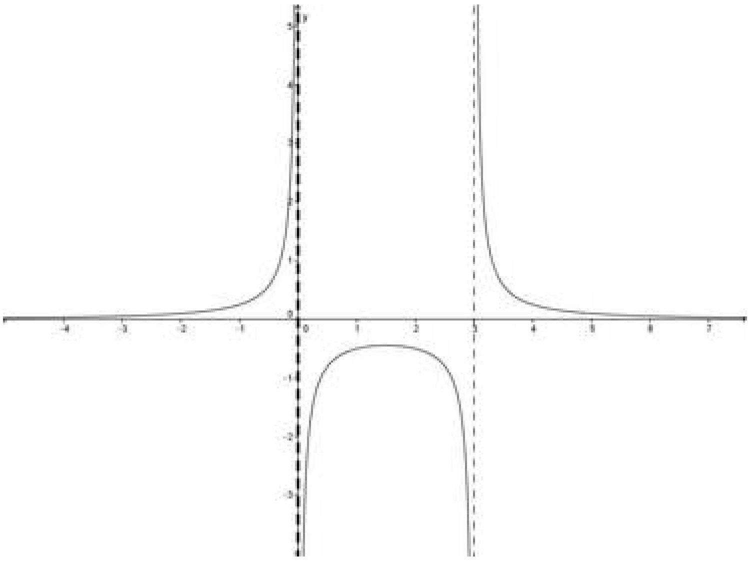
$x\to-\infty; f(x)\to+0$ Annährung von oben

$x\to+\infty; f(x)\to+0$ Annäherung von oben

5. Symmetrie

KS

6. Zeichnung



<u>4. Aufgabe</u>

$f_1(x)=g(x)$

$\frac{x^2-x+12}{x-1}=3x\,\big|\cdot(x-1)$

$x^2-x+12=3x(x-1)$

$x^2-x+12=3x^2-3x\,\big|-3x^2+3x$

$-2x^2+2x+12=0\,\big|:(-2)$

$x^2-x-6=0$

$x_{1/2}=0{,}5\pm\sqrt{0{,}25+6}$

$x_1=3\ ;\ x_2=-2$

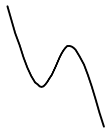
$g(3)=9$ $\quad S_1(3|9)$

$g(-2)=-6$ $\quad S_2(-2|-6)$

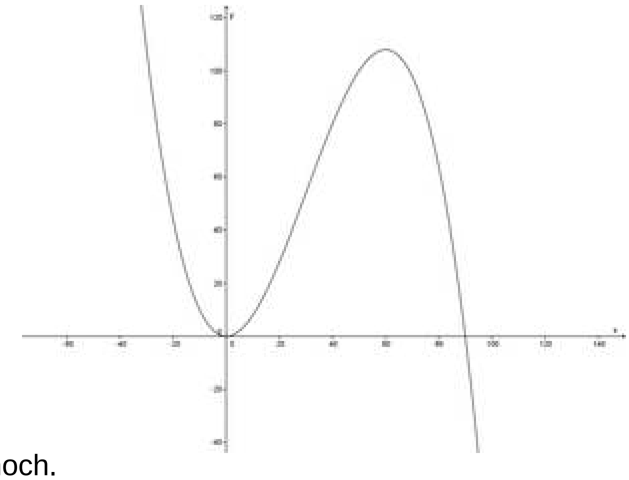
5. Aufgabe

a)

1. $D = R$ 2. $x \to -\infty; f(x) \to +\infty$
$x \to +\infty; f(x) \to -\infty$



5. Zeichnung



3. KS

4. $S_y(0|0)$ $f(x) = 0$

$0 = -0{,}001x^3 + 0{,}09x^2 \,|: (-0{,}001)$

$0 = x^3 - 90x^2$ ausklammern

$0 = x^2(x - 90)$

$x_{1/2} = 0$; $x_3 = 90$

$S_{x1/2}(0|0)$ $S_{x3}(90|0)$

b)

$f(30) = 54$

Am 30. Tag ist die Sonnenblume 54 cm hoch.

c)

$f(x) = 28$ Die Höhe, also der y-Wert ist gegeben.

$28 = -0{,}001x^3 + 0{,}09x^2 \,|- 28$

$0 = -0{,}001x^3 + 0{,}09x^2 - 28 \,|: (-0{,}001)$

$0 = x^3 - 90x^2 + 28000$ Polynomdivision mit $x_1 = 20$

$(x^3 - 90x^2 + 0x + 28000) : (x - 20) = x^2 - 70x - 1400$

p-q-Formel ergibt $x_2 = 86{,}2$ und $x_3 = -16{,}2$

Da die Beobachtung vom 0. Tag bis zum 60. Tag erfolgte, kommt nur die Lösung $x_1 = 20$ in Frage. ($x_2 = 86{,}2 \notin D$ und $x_3 = -16{,}2 \notin D$)

Die Sonnenblume war am 20. Tag 28 cm hoch.