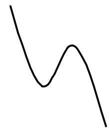
Lösungen D 13

<u>1. Aufgabe</u>

a) $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 2$ 1. $x \to -\infty;\ f(x) \to +\infty$, $x \to +\infty;\ f(x) \to -\infty$



2. gestaucht 3. KS

4. $S_y(0|-2)$ $f(x) = 0$ $0 = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 2 \ \big|:(-\frac{1}{3})$

$0 = x^3 - 4x^2 + x + 6$ Polynomdivision mit $x_1 = 2$

$$
\begin{array}{l}
(x^3 - 4x^2 + x + 6) : (x - 2) = x^2 - 2x - 3 \\
\underline{-(x^3 - 2x^2)} \\
\quad -2x^2 + x \\
\quad \underline{-(-2x^2 + 4x)} \\
\qquad -3x + 6 \\
\qquad \underline{-(-3x + 6)} \\
\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

$x^2 - 2x - 3 = 0$ p-q-Formel

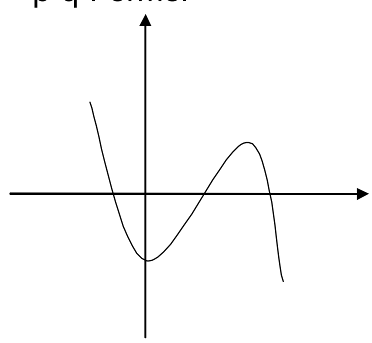
$x_{2/3} = 1 \pm \sqrt{1^2 + 3}$

$x_2 = 3$

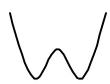
$x_3 = -1$

$S_{x1}(2|0)$ $S_{x2}(3|0)$ $S_{x3}(-1|0)$

5. Skizze



b) $f(x) = 2x^4 - 2x^2 - 4$ 1. $x \to -\infty;\ f(x) \to +\infty$, $x \to +\infty;\ f(x) \to +\infty$



2. gestreckt 3. AS

4. $S_y(0|-4)$ $f(x) = 0$ $0 = 2x^4 - 2x^2 - 4 \ \big|:2$

$0 = x^4 - x^2 - 2$ $x^2 = z$

$0 = z^2 - z - 2$ p-q-Formel

$z_{1/2} = 0{,}5 \pm \sqrt{0{,}5^2 + 2}$

$z_1 = 2$

$z_2 = -1$

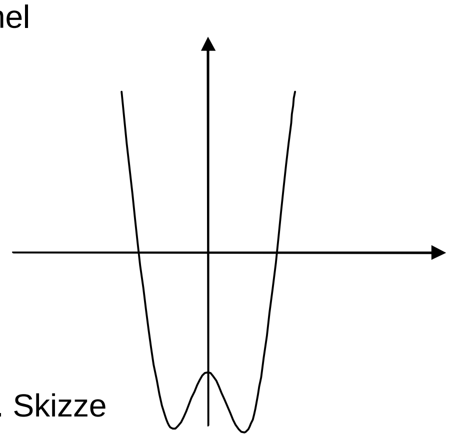
$z = x^2$ Resubstitution

$x^2 = 2 \ \big|\sqrt{\ }$ $x_1 = 1{,}4$ V $x_2 = -1{,}4$

$x^2 = -1 \ \big|\sqrt{\ }$ keine Lösungen

$S_{x1}(1{,}4|0)$ $S_{x2}(-1{,}4|0)$

5. Skizze



c) $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x$ 1. $x \to -\infty;\ f(x) \to -\infty$, $x \to +\infty;\ f(x) \to +\infty$

2. gestaucht 3. PS

4. $S_y(0|0)$ $f(x) = 0$ $0 = \frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x \ \big|:\frac{1}{4}$

$0 = x^3 + 9x$ x ausklammern

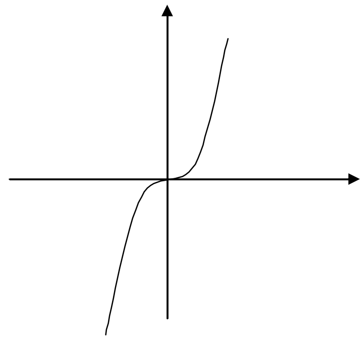
$0 = x(x^2 + 9)$

$x_1 = 0$ V $x^2 + 9 = 0 \;|-9$

$x^2 = -9 \;|\sqrt{\ }$

keine weiteren Lösungen

$S_{x1}(0|0)$



2. Aufgabe

a) verläuft durch den Ursprung => b = 0

orthogonal $m_1 \cdot m_2 = -1$ das heißt Vorzeichen und Steigungsbruch umkehren

aus $m_1 = \frac{1}{3}$ wird $m_2 = -3$ => $g_1(x) = -3x$

b) $g_1(x) = f(x)$

$-3x = x^3 - 4x \;|+3x$

$0 = x^3 - x$ x ausklammern

$0 = x(x^2 - 1)$

$x_1 = 0$ V $x^2 - 1 = 0 \;|+1$

$x^2 = 1 \;|\sqrt{\ }$

$x_2 = 1$ V $x_3 = -1$

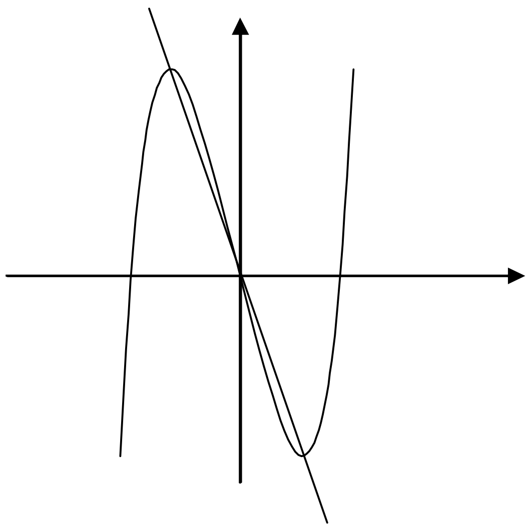
zugehörigen y-Wert in einer der beiden Ausgangsgleichungen berechnen

$g_1(0) = 0$ $g_1(1) = -3$ $g_1(-1) = 3$

$S_1(0|0)$ $S_2(1|-3)$ $S_3(-1|3)$

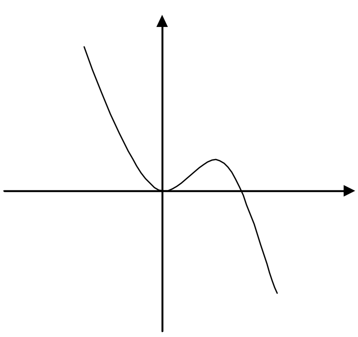
c) für Zeichnung f(x) untersuchen 

PS $S_{x1}(0|0)$ $S_{x2}(2|0)$ $S_{x3}(-2|0)$ $S_y(0|0)$



3. Aufgabe

a) Skizze



b) Funktion 3. Grades

Vorzeichen (-) Minus

Keine Symmetrie

c) $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

$f(x) = a(x - 0)(x - 0)(x - 2)$

$f(x) = a \cdot x^2 \cdot (x - 2)$

$f(x) = a(x^3 - 2x^2)$ P(1l0,5) einsetzen

$0{,}5 = a(1^3 - 2 \cdot 1^2)$

$0{,}5 = a(-1) \;|:(-1)$

$-0{,}5 = a$ a einsetzen und auflösen

$f(x) = -0{,}5x^3 + x^2$

<u>4. Aufgabe</u>

a) $f_1(x) = \dfrac{-5}{x+3}$

1.
$$N(x) = 0$$
$$0 = x + 3 \quad |-3 \qquad D = R \setminus \{-3\}$$
$$-3 = x$$

2.
$$f(x) = 0$$
$$Z(x) = 0$$
$$-5 \neq 0$$
kein S_x

$$f(0) = -\frac{5}{3} \qquad S_y(0|-1{,}7)$$

3. keine Ersatzfunktion

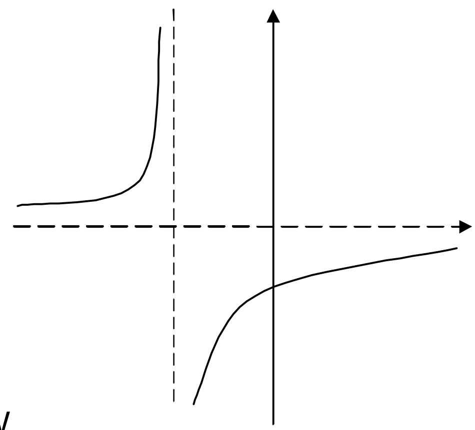
4. x = -3 ist Pol

$$\left.\begin{array}{l} \text{l-lim}_{x \to -3} \dfrac{-5}{x+3} = +\infty \\ \text{r-lim}_{x \to -3} \dfrac{-5}{x+3} = -\infty \end{array}\right\} \text{Pol mit VZW}$$

5. Zg<Ng => $y_A = 0$ (x-Achse)

6. KS

7. Skizze



b) $f_2(x) = \dfrac{x-3}{x^2 - 2x - 3}$

1.
$$N(x) = 0 \qquad D = R \setminus \{-1;3\}$$
$$0 = x^2 - 2x - 3$$
p-q-Formel
$$x_1 = 3 \qquad x_2 = -1$$

2.
$$f(x) = 0$$
$$Z(x) = 0$$
$$x - 3 = 0$$
$$x = 3$$
kein S_x
$$f(0) = 1 \qquad S_y(0|1)$$

3. x = 3 ist Lücke

$$f(x) = \frac{(x-3)}{(x-3)(x+1)}$$ (X-3) kürzen

$$f^*(x) = \frac{1}{x+1}$$ Ersatzfunktion zum Weiterarbeiten

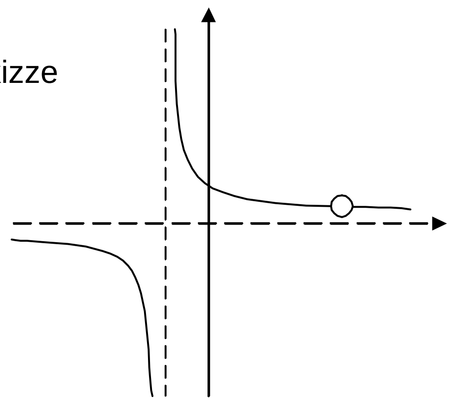
4. x = -1 ist Pol

$$\left.\begin{array}{l} \text{l-lim}_{x \to -1} \dfrac{1}{x+1} = -\infty \\ \text{r-lim}_{x \to -1} \dfrac{1}{x+1} = +\infty \end{array}\right\} \text{Pol mit VZW}$$

5. Zg<Ng => $y_A = 0$

6. KS

7. Skizze



c) $f_2(x) = g(x)$

$$\frac{x-3}{x^2-2x-3} = -1 \quad \Big| \cdot (x^2-2x-3)$$

$$x-3 = -1(x^2-2x-3)$$

$$x-3 = -x^2+2x+3 \quad \Big| -x+3$$

$$0 = -x^2+x+6 \quad \Big| :(-1)$$

$$0 = x^2-x-6$$

p-q-Formel

$x_1 = 3$ V $x_2 = -2$

x_1 = 3 kann kein Schnittpunkt sein, da f(x) dort seine Lücke hat.

=> nur x_2 = -2 ist Schnittpunkt

y-Wert berechnen f(-2) = -1 S(-2l -1)

<u>5. Aufgabe</u>

a) x = 3 ist Pol → Nenner

x = -2 ist Lücke → Zähler und Nenner

x = 1 ist Nullstelle → Zähler

$f(x) = a\,\frac{(x-1)(x+2)}{(x-3)(x+2)}$ $f(x) = a\,\frac{x^2+x-2}{x^2-x-6}$ S_y (0l1) einsetzen $1 = a \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \Big| :\frac{1}{3}$ $3 = a$

a einsetzen in die Gleichung $f(x) = 3 \cdot \frac{x^2+x-2}{x^2-x-6}$ $f(x) = \frac{3x^2+3x-6}{x^2-x-6}$

b) $f(x) = \frac{3x^2+3x-6}{x^2-x-6}$

1.

$N(x) = 0$ $D = R \setminus \{-2;3\}$

$0 = x^2-x-6$

p-q-Formel

$x_1 = 3$ $x_2 = -2$

2.

$f(x) = 0$

$Z(x) = 0$

$3x^2+3x-6 = 0 \quad \Big| :3$

dann p-q-Formel

$x_1 = 1$ $x_2 = -2$ x_2 ist kein S_x

$S_x(1|0)$

$f(0) = 1$ $S_y(0|1)$

3. x = -2 ist Lücke

$f(x) = \frac{3\cdot(x-1)(x+2)}{(x-3)(x+2)}$ (X+2) kürzen

$f^*(x) = \frac{3x-3}{x-3}$ Ersatzfunktion zum Weiterarbeiten

4. x = 3 ist Pol

$$\left.\begin{array}{l} \text{l-lim}_{x \to 3} \frac{3x-3}{x-3} = -\infty \\ \\ \text{r-lim}_{x \to 3} \frac{3x-3}{x-3} = +\infty \end{array}\right\} \text{Pol mit VZW}$$

5. Zg=Ng Polynomdivision

$$(3x-3):(x-3) = 3 + \frac{6}{x-3}$$
$$\underline{-(3x-9)}$$
$$6$$

$y_A = 3$

6. KS

7. Skizze