Lösungen C 16

1. Aufgabe

a)

$$f(x) = \frac{2}{x-3}$$

1. Definitionsbereich

$N(x) = 0$

$0 = x - 3$

$x = 3$

$D = R \setminus \{3\}$

2. Schnittpunkt mit der y-Achse

$x = 0$

$f(0) = -\frac{2}{3}$

$S_y(0|-0{,}7)$

3. Poluntersuchung

$x = 3$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x \to 3-} f(x) = -\infty \\ \lim\limits_{x \to 3+} f(x) = +\infty\end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Pol mit} \\ \text{VZW}\end{array}$$

4. Verhalten im Unendlichen

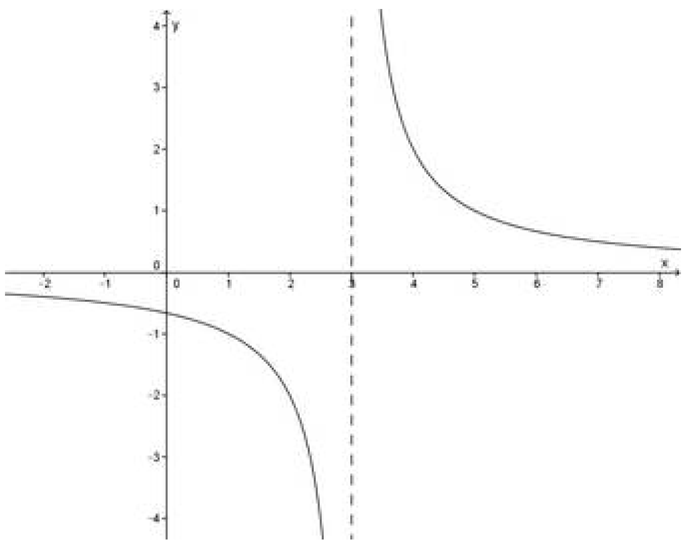
$x \to -\infty; f(x) \to -0$ Annährung von unten

$x \to +\infty; f(x) \to +0$ Annäherung von oben

5. Symmetrie

KS

6. Zeichnung



b)

$$f(x) = \frac{-3}{x+2}$$

1. Definitionsbereich

$N(x) = 0$

$0 = x + 2$

$x = -2$

$D = R \setminus \{-2\}$

2. Schnittpunkt mit der y-Achse

$x = 0$

$f(0) = -\frac{3}{2}$

$S_y(0|-1{,}5)$

3. Poluntersuchung

$x = -2$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x \to -2-} f(x) = +\infty \\ \lim\limits_{x \to -2+} f(x) = -\infty\end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Pol mit} \\ \text{VZW}\end{array}$$

4. Verhalten im Unendlichen

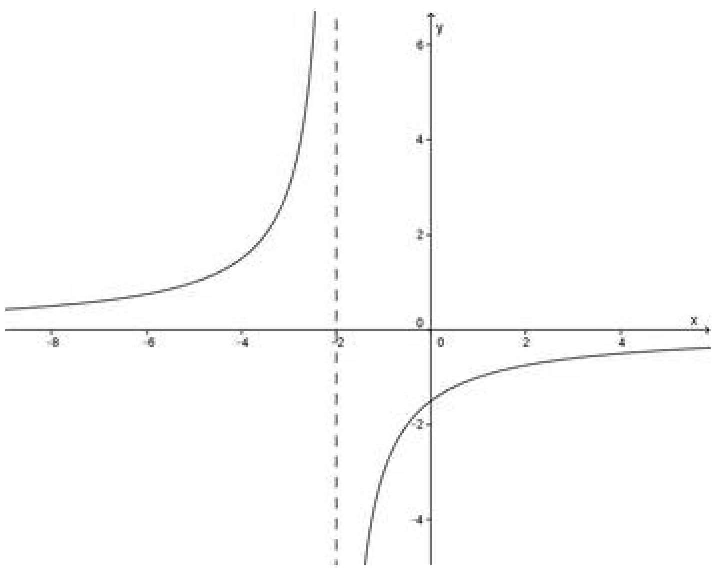
$x \to -\infty; f(x) \to +0$ Annährung von oben

$x \to +\infty; f(x) \to -0$ Annäherung von unten

5. Symmetrie

KS

6. Zeichnung



c)

$$f(x) = \frac{-1}{x-2}$$

1. Definitionsbereich

$N(x) = 0$

$0 = x - 2$

$x = 2$

$D = R \setminus \{2\}$

2. Schnittpunkt mit der y-Achse

$x = 0$

$f(0) = \frac{1}{2}$

$S_y(0|0{,}5)$

3. Poluntersuchung

$x = 2$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 2-} f(x) = +\infty \\ \lim\limits_{x\to 2+} f(x) = -\infty\end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Pol mit} \\ \text{VZW}\end{array}$$

4. Verhalten im Unendlichen

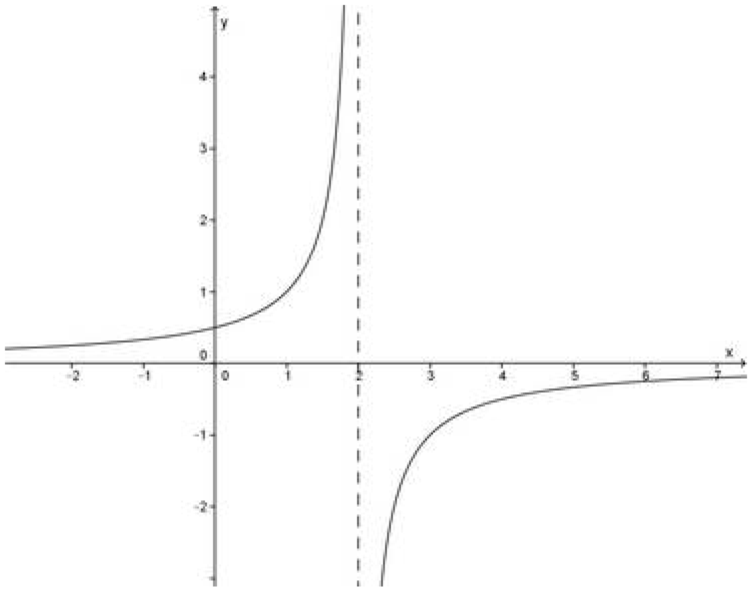
$x \to -\infty; f(x) \to +0$ Annährung von oben

$x \to +\infty; f(x) \to -0$ Annäherung von unten

5. Symmetrie

KS

6. Zeichnung



d)

$$f(x) = \frac{-1}{x+2}$$

1. Definitionsbereich

$N(x) = 0$

$0 = x + 2$

$x = -2$

$D = R \setminus \{-2\}$

2. Schnittpunkt mit der y-Achse

$x = 0$

$f(0) = -\frac{1}{2}$

$S_y(0|-0{,}5)$

3. Poluntersuchung

$x = -2$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -2-} f(x) = +\infty \\ \lim\limits_{x\to -2+} f(x) = -\infty\end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Pol mit} \\ \text{VZW}\end{array}$$

4. Verhalten im Unendlichen

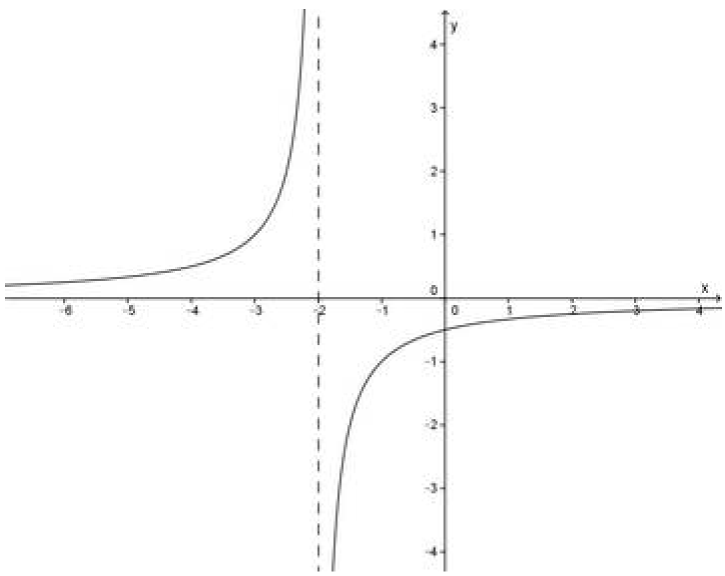
$x \to -\infty; f(x) \to +0$ Annährung von oben

$x \to +\infty; f(x) \to -0$ Annäherung von unten

5. Symmetrie

KS

6. Zeichnung



e)

$$f(x)=\frac{2}{x^2-4}$$

1. Definitionsbereich

$N(x)=0$

$0=x^2-4 \,|+4$

$x^2=4 \,|\sqrt{\ }$

$x_1=2$; $x_2=-2$

$D=R\setminus\{-2;2\}$

2. Schnittpunkt mit der y-Achse

$x=0$

$f(0)=-\frac{1}{2}$

$S_y(0|-0{,}5)$

3. Poluntersuchung

$x=-2$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -2-} f(x)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to -2+} f(x)=-\infty\end{array}\right\}\begin{array}{l}\text{Pol mit}\\ \text{VZW}\end{array}$$

$x=2$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 2-} f(x)=-\infty\\ \lim\limits_{x\to 2+} f(x)=+\infty\end{array}\right\}\begin{array}{l}\text{Pol mit}\\ \text{VZW}\end{array}$$

4. Verhalten im Unendlichen

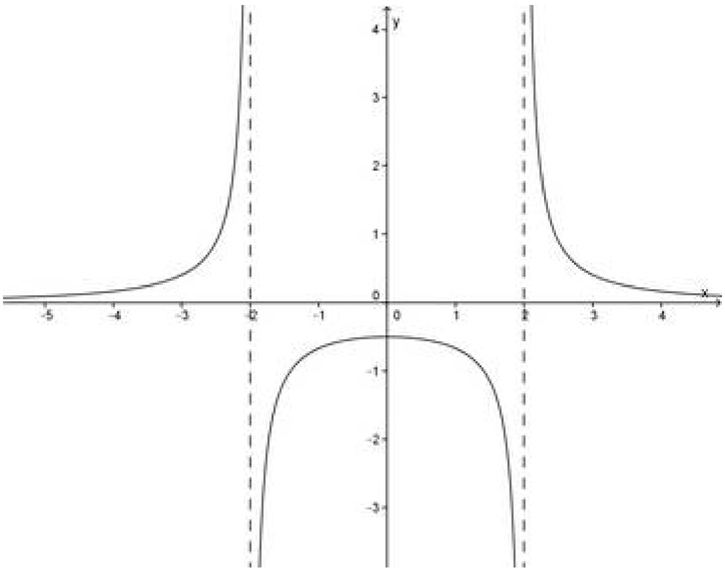
$x\to-\infty; f(x)\to+0$ Annährung von oben

$x\to+\infty; f(x)\to+0$ Annäherung von oben

5. Symmetrie

AS

6. Zeichnung



f)

$$f(x)=\frac{-6}{x^2-2x-3}$$

1. Definitionsbereich

$N(x)=0$

$0=x^2-2x-3$ p-q-Formel

$x_{1/2}=+1\pm\sqrt{1+3}$

$x_1=3$; $x_2=-1$

$D=R\setminus\{-1;3\}$

2. Schnittpunkt mit der y-Achse

$x=0$

$f(0)=2$

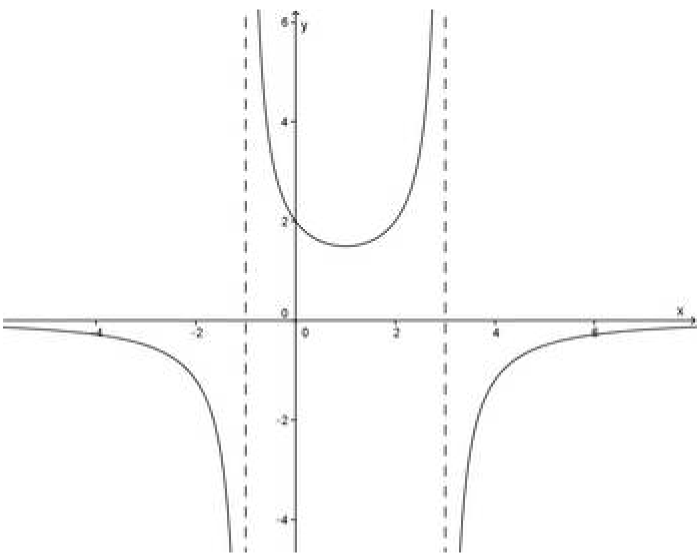
$S_y(0|2)$

3. Poluntersuchung

$x=-1$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -1-} f(x)=-\infty\\ \lim\limits_{x\to -1+} f(x)=+\infty\end{array}\right\}\begin{array}{l}\text{Pol mit}\\ \text{VZW}\end{array}$$

6. Zeichnung



$x = 3$ ist Pol

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{x\to 3-} f(x) = +\infty \\ &\lim_{x\to 3+} f(x) = -\infty \end{aligned}\right\} \begin{array}{l}\text{Pol mit}\\ \text{VZW}\end{array}$$

4. Verhalten im Unendlichen

$x \to -\infty; f(x) \to -0$ Annährung von unten

$x \to +\infty; f(x) \to -0$ Annäherung von unten

5. Symmetrie

KS

2. Aufgabe

a) $f(x) = g(x)$ Schnittpunkte werden durch gleichsetzen berechnet

$$\frac{3}{x-3} = 3 \quad |\cdot (x-3)$$

$$3 = 3 \cdot (x-3)$$

$$3 = 3x - 9 \quad |+9$$

Berechnung des zugehörigen y-Werts $f(4) = \frac{3}{4-3}$ $f(4) = 3$ $S(3|4)$

$$12 = 3x \quad |:3$$

$$4 = x$$

b) $f(x) = g(x)$

$$\frac{4}{x-1} = x - 1 \quad |\cdot (x-1)$$

$$4 = (x-1)\cdot(x-1)$$

$$4 = x^2 - 2x + 1 \quad |-4$$

$$0 = x^2 - 2x - 3$$

y-Werte $g(3) = 2$ $g(-1) = -2$ $S_1(3|2)$ $S_2(-1|-2)$

p-q-Formel ergibt

$x_1 = 3;\ x_2 = -1$

c) $f(x) = g(x)$

$$\frac{x-1}{x+3} = x - 1 \quad |\cdot (x+3)$$

$$x - 1 = (x-1)\cdot(x+3)$$

$$x - 1 = x^2 + 2x - 3 \quad |-x+1$$

$$0 = x^2 + x - 2$$

y-Werte $g(1) = 0$ $g(-2) = -3$ $S_1(1|0)$ $S_2(-2|-3)$

p-q-Formel ergibt

$x_1 = 1;\ x_2 = -2$

d) $f(x) = g(x)$

$$\frac{-6}{x^2 - 2x - 3} = -x + 4 \,|\cdot \left(x^2 - 2x - 3\right)$$

$-6=(-x+4)\cdot\left(x^2-2x-3\right)$

$-6=-x^3+2x^2+3x+4x^2-8x-12$

$-6=-x^3+6x^2-5x-12 \,|\, +6$

$0=-x^3+6x^2-5x-6 \,|\, \cdot(-1)$

$0=x^3-6x^2+5x+6$ Polynomdivision mit $x_1=2$

$\left(x^3-6x^2+5x+6\right):(x-2)=x^2-4x-3$

p-q-Formel ergibt $x_2=4,6$ und $x_3=-0,6$

	$g(2)=2$	$S_1(2\|2)$
y-Werte	$g(4,6)=-0,6$	$S_2(4,6\|-0,6)$
	$g(-0,6)=4,6$	$S_3(-0,6\|4,6)$

Durch die Rundung ergeben sich in f(x) etwas abweichende y-Werte.

	$f(2)=2$	$S_1(2\|2)$
y-Werte	$f(4,6)=-0,7$	$S_2(4,6\|-0,7)$
	$f(-0,6)=4,2$	$S_3(-0,6\|4,2)$

Will man eine genauere Übereinstimmung, muss man mit 2 oder mehr Nachkommastellen rechnen.