

Lösungen BW H18

1. Aufgabe

Gesucht: maximaler Flächeninhalt des rechteckigen Spielplatzes

Gesamter Umfang: 98 m Zaun + 2 m Tor = 100 m

1. $A = a \cdot b$ Hauptbedingung
2. $100 = 2a + 2b$ Nebenbedingung
 $a = 50 - b$ Nebenbedingung umstellen
3. $A(b) = (50 - b) \cdot b$
 $A(b) = -b^2 + 50b$ Zielfunktion
4. $A'(b) = -2b + 50$
 $A''(b) = -2$
 $A'(b) = 0$
 $0 = -2b + 50$
 $b = 25$
 $A'(b) = 0 \wedge A''(b) \neq 0$
 $A''(25) = -2 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$
 $A(25) = 625$
5. $a = 50 - 25$
 $a = 25$

Der Spielplatz hat eine Länge und Breite von 25 m (quadratisch) und eine Fläche von 625 m².

2. Aufgabe

Rechteckiges Ackerland mit 6 km Umfang.

1. HB $A = a \cdot b$
2. NB $6 = 2a + 2b$
 $6 - 2a = 2b$
 $b = 3 - a$
3. $A(a) = a \cdot (3 - a)$
 $A(a) = -a^2 + 3a$ Zielfunktion
4. $A'(a) = -2a + 3$
 $A''(a) = -2$
 $A'(a) = 0$
 $0 = -2a + 3$
 $a = 1,5$
 $A'(a) = 0 \wedge A''(a) \neq 0$
 $A''(1,5) = -2 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$
 $A(1,5) = 2,25$
5. $b = 3 - 1,5$
 $b = 1,5$

Das Ackerland ist 1,5 km breit und 1,5 km lang und die maximale Fläche beträgt 2,25 km².

3. Aufgabe

1. HB $d = p(x) - k(x)$ $d = \text{Differenz; Funktionswerte} = y\text{-Werte}$

$$p(x) = \frac{1}{10}x^2 - \frac{2}{5}x + 3$$

2. NB

$$k(x) = -\frac{1}{10}x^2 + \frac{1}{6}x + 1$$

3. $d(x) = \frac{1}{10}x^2 - \frac{2}{5}x + 3 - \left(-\frac{1}{10}x^2 + \frac{1}{6}x + 1\right)$

$$d(x) = \frac{1}{5}x^2 - \frac{17}{30}x + 2 \quad \text{Zielfunktion}$$

4. $d'(x) = \frac{2}{5}x - \frac{17}{30}$

$$d''(x) = \frac{2}{5}$$

$$d'(x) = 0$$

$$0 = \frac{2}{5}x - \frac{17}{30}$$

$$x = \frac{17}{12} \quad \text{oder } x \approx 1,42$$

$$d'(x) = 0 \wedge d''(x) \neq 0$$

$$d''(1,42) = 0,4 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$$

$$d(1,42) \approx 1,60$$

Der geringste Abstand zwischen den beiden Funktionen beträgt 1,60 LE.

4. Aufgabe

1. HB $u = 2x + 2y$

2. NB $f(x) = -0,25x^2 + 4$ also $y = -0,25x^2 + 4$

3. $u(x) = 2x + 2 \cdot (-0,25x^2 + 4)$

$$u(x) = -0,5x^2 + 2x + 8 \quad \text{Zielfunktion}$$

4. $u'(x) = -x + 2$

$$u''(x) = -1$$

$$u'(x) = 0$$

$$0 = -x + 2$$

$$x = 2$$

$$u'(x) = 0 \wedge u''(x) \neq 0$$

$$u''(2) = -1 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$$

$$u(2) = 10$$

5. $f(2) = 3$

Der Container ist 2 m lang, 3 m breit und hat einen Umfang von 10 m.