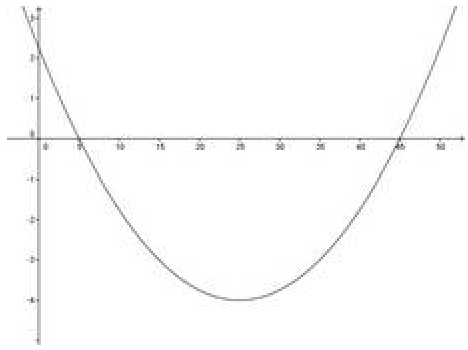
Lösungen zu Anwendungsaufgaben 1

Aufgabe 1



a)
Die Breite ergibt sich aus der Differenz der beiden Nullstellen.
$f(x) = 0$

$0 = 0{,}01x^2 - 0{,}5x + 2{,}25 \,|\, : 0{,}01$

$0 = x^2 - 50x + 225$

$x_{1/2} = 25 \pm \sqrt{25^2 - 225}$

$x_1 = 45$ und $x_2 = 5 \quad \Rightarrow 45 - 5 = 40$

Der See ist 40 m breit.

b)
Die Oberfläche des Sees ist die x-Achse. 3 Meter vom linken Ufer aus befindet man sich bei $x = 8$. Setzt man diesen x-Wert in die Funktionsgleichung ein, erhält man als y-Wert die Länge des Pfeilers unter Wasser.
$f(8) = -1{,}1$ Länge unter Wasser = 1,1 m
Addiert man noch die überstehenden 50 cm hinzu, erhält man eine sichtbare Gesamtlänge von 1,6 m für den Pfeiler.

c)
Der tiefste Grund des Sees ist der Scheitelpunkt der Parabel.

$d = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{45 + 5}{2} = 25$

$f(25) = -4$

Der See ist 4 Meter tief. Also befindet sich der Taucher auf 963 m über NN.

Aufgabe 2
a)
Hier hat man zwei Möglichkeiten. Die x-Achse liegt immer auf der Flussoberfläche.
Möglichkeit 1:
Die y-Achse liegt in der Mitte der Brücke.
Man erhält aus den Angaben die Punkte: $(10|0)$ $(-10|0)$ $(0|10)$

Die allgemeine Gleichung lautet: $f(x) = ax^2 + bx + c$

Mathematisiert man und setzt ein, erhält man ein lineares Gleichungssystem.

$(10\|0)$	$f(10) = 0$	I	$0 = 100a + 10b + c$
$(-10\|0)$	$f(-10) = 0$	II	$0 = 100a - 10b + c$
$(0\|10)$	$f(0) = 10$	III	$10 = c$

c einsetzen in I und II ergibt

I	$0 = 100a + 10b + 10 \,|\, -10$	I	$-10 = 100a + 10b$	I + II ergibt
II	$0 = 100a - 10b + 10 \,|\, -10$	II	$-10 = 100a - 10b$	$-20 = 200a \quad \Rightarrow a = -0{,}1$

a und c einsetzen in I ergibt $0 = 100 \cdot (-0{,}1) + 10b + 10$

Durch Zusammenfassen und Umformen erhält man $b = 0$.

Die Gleichung der Parabel lautet: $f(x) = -0{,}1x^2 + 10$

Möglichkeit 2:
Die y-Achse liegt am Anfang der Brücke.
Man erhält dann die Punkte: $(0|0)$ $(20|0)$ $(10|10)$
Hier lautet das Gleichungssystem:

$(0|0)$ $\quad f(0)=0 \quad$ I $\quad 0=c$

$(20|0)$ $\quad f(20)=0 \quad$ II $\quad 0=400a+20b+c$

$(10|10)$ $\quad f(10)=10 \quad$ III $\quad 10=100a+10b+c$

c einsetzen in II und III ergibt

II $\quad 0=400a+20b$

III $\quad 10=100a+10b \quad |\cdot(-2)$

II $\quad 0=400a+20b$

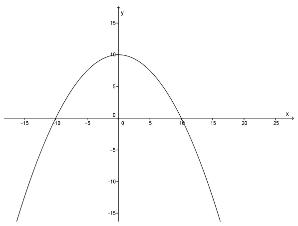
III $\quad -20=-200a-20b$

II + III ergibt

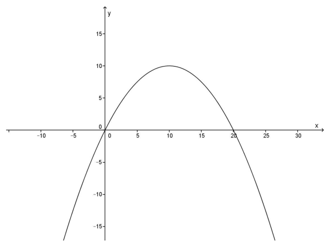
$-20=200a \quad \Rightarrow a=-0{,}1$

a und c einsetzen in II ergibt $0=400\cdot(-0{,}1)+20b+0$
Durch Zusammenfassen und Umformen erhält man $b=2$.
Die Gleichung der Parabel lautet: $f(x)=-0{,}1x^2+2x$

Möglichkeit 1



Möglichkeit 2



b)
Der Traktor befindet sich bei beiden Varianten immer auf der gleichen Höhe.

3 m vor Ende $\Rightarrow 10-3=7$

$f_1(x)=-0{,}1x^2+10$

$f_1(7)=5{,}1$

3 m vor Ende $\Rightarrow 20-3=17$

$f_2(x)=-0{,}1x^2+2x$

$f_2(17)=5{,}1$

Der Traktor fährt in einer Höhe von 5,1 m.

Aufgabe 3
a)

$f(x)=0$

$0=-0{,}5x^2+4x-1 \,|:(-0{,}5)$

$0=x^2-8x+2$

$x_{1/2}=4\pm\sqrt{16-2}$

$x_1=7{,}7$ und $x_2=0{,}3 \quad \Rightarrow 7{,}7-0{,}3=7{,}4$

Der Torbogen ist 7,4 m breit.

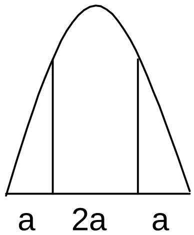
b)

$d=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{7{,}7+0{,}3}{2}=4$

$f(4)=7$

Der Torbogen ist 7 Meter hoch.

c)
Der Torbogen kann in 4 gleiche Abschnitte eingeteilt werden.



$\Rightarrow 7{,}4 : 4 \approx 1{,}9$

Addiert man diesen Abstand zur ersten Nullstelle, erhält man den x-Wert des Trägers.

$x = 0{,}3 + 1{,}9 = 2{,}2$

$f(2{,}2) = 5{,}4$

Die Unterstützungsträger sind 5,4 m lang. Deren Abstand beträgt 3,8 m.

Aufgabe 4

a)

Der y-Wert des Scheitels gibt die Höhe an.

$d = \frac{-b}{2a} = \frac{-1{,}2}{2 \cdot (-0{,}004)} = 150$

$f(150) = 57{,}6$

Die Brücke ist 57,6 m hoch.

b)

Die Länge der Straße auf der Brücke bzw. unter dem Brückenbogen ist die Differenz der Nullstellen.

$f(x) = 0$

$0 = -0{,}004x^2 + 1{,}2x - 32{,}4 \;|: (-0{,}004)$

$0 = x^2 - 300x + 8100$

$x_{1/2} = 150 \pm \sqrt{150^2 - 8100}$

$x_1 = 270$ und $x_2 = 30 \quad \Rightarrow 270 - 30 = 240$

Die Straße auf der Brücke ist 240 m lang.

c)

Der Verankerungspunkt C ist der Schnittpunkt mit der y-Achse der Funktion.
Beide Punkte (spiegelgleich) befinden sich 32,4 m unter der Straße (x-Achse).

d)

Hier müssen aus zwei Punkten lineare Gleichungen erstellt werden.

$C(0|-32{,}4)$ und $S(150|57{,}6)$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{57{,}6 - (-32{,}4)}{150 - 0} = 0{,}6$

$y = m \cdot x + b$

$57{,}6 = 0{,}6 \cdot 150 + b$

$b = -32{,}4$

$g_1(x) = 0{,}6x - 32{,}4$

$S(150|57{,}6)$ und $D(300|-32{,}4)$ (wegen spiegelgleich zu C)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-32{,}4 - 57{,}6}{300 - 150} = -0{,}6$

$y = m \cdot x + b$

$57{,}6 = -0{,}6 \cdot 150 + b$

$b = 147{,}6$

$g_2(x) = -0{,}6x + 147{,}6$