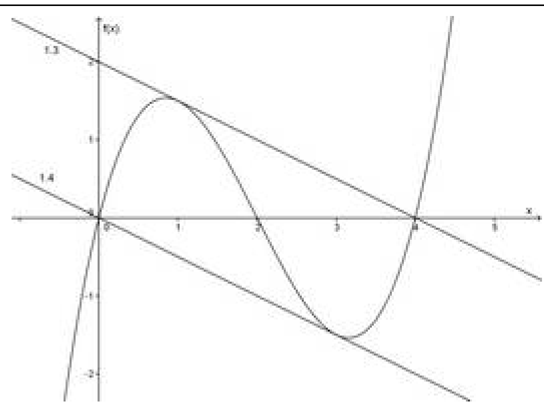
<table>
<tr><th>Aufgabe</th><th>Lösungsweg</th></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>1.1</td><td>Erstellung von f(x)</td></tr>
<tr><td></td><td>$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$
Mathematisieren der Angaben und Berechnen der Gleichungen
$f(0) = 0 \qquad 0 = d$
$f'(0) = 4 \qquad 4 = c$
$f(-1) = -7{,}5 \qquad -7{,}5 = -a + b - c + d$
$f'(-1) = 11{,}5 \qquad 11{,}5 = 3a - 2b + c$
Lösen des LGS zu $a = 0{,}5$; $b = -3$
Formulierung der Funktionsgleichung $f(x) = 0{,}5x^3 - 3x^2 + 4x$</td></tr>
<tr><td>1.2</td><td>Funktionsuntersuchung</td></tr>
<tr><td></td><td>$f(x) = 0{,}5x^3 - 3x^2 + 4x$
$f'(x) = 1{,}5x^2 - 6x + 4$
$f''(x) = 3x - 6$
$f'''(x) = 3$
Keine Symmetrie, da gerade und ungerade Exponenten</td></tr>
<tr><td></td><td>$f(x) = 0$ Ausklammern von x ergibt $x_1 = 0$ und
$x^2 - 6x + 8 = 0$; Mit p-q-Formel erhält man $x_2 = 2$ und $x_3 = 4$
$S_{x1}(0 \mid 0)$ $S_{x2}(2 \mid 0)$ $S_{x3}(4 \mid 0)$</td></tr>
<tr><td></td><td>$f'(x) = 0$
Mit p-q-Formel erhält man $x_1 = 0{,}8$ und $x_2 = 3{,}2$
$f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$ Überprüfen mit $f''(x)$; $f''(0{,}8) = H$ und $f''(3{,}2) = T$
Einsetzen in f(x) ergibt $H(0{,}8 \mid 1{,}5)$ und $T(3{,}2 \mid -1{,}5)$</td></tr>
<tr><td></td><td>$f''(x) = 0$
Auflösen nach x ergibt $x = 2$
$f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$ Überprüfen mit $f'''(x)$; $f'''(2) \neq 0$
Einsetzen in f(x) ergibt $W(2 \mid 0)$</td></tr>
<tr><td></td><td>

1 Einheit = 1 cm</td></tr>
</table>

Aufgabe	Lösungsweg
1.3	Berechnung der Tangentengleichung
	$t(x) = m \cdot x + t$ $f(1) = 1{,}5$ und $f'(1) = -0{,}5 \Rightarrow 1{,}5 = -0{,}5 \cdot 1 + t$ $t = 2$ $t_1(x) = -0{,}5x + 2$
	Zeichnung siehe 1.2
1.4	Stellenberechnung bei gegebener Steigung
	$m = -0{,}5$ und $f'(x) = m$ $-0{,}5 = 1{,}5x^2 - 6x + 4$ Umstellen und mit p-q-Formel erhält man $x_1 = 1 \Rightarrow t_1(x)$ und $x_2 = 3$ $f(3) = -1{,}5$ und $m = -0{,}5$ in $t(x) = m \cdot x + t$ $\Rightarrow -1{,}5 = -0{,}5 \cdot 3 + t$ $t = 0$ $t_2(x) = -0{,}5x$
	Zeichnung siehe 1.2
2	
2.1	Flächenberechnung zwischen zwei Funktionen
	$t_1(x) = f(x)$ $-0{,}5x + 2 = 0{,}5x^3 - 3x^2 + 4x$ Umstellen und Polynomdivision mit $x_1 = 1$ ergibt $x^2 - 5x + 4 = 0$ Mit p-q-Formel erhält man $x_2 = 1$ und $x_3 = 4$
	$A = \int_1^4 (t_1(x) - f(x))dx$ $A = \int_1^4 (-0{,}5x + 2 - (0{,}5x^3 - 3x^2 + 4x))dx$ $A = \int_1^4 (-0{,}5x^3 + 3x^2 - 4{,}5x + 2)dx$ $A = \left[-\frac{1}{8}x^4 + x^3 + \frac{9}{4}x^2 + 2x\right]_1^4 = [4] - \left[\frac{5}{8}\right] \approx 3{,}4FE$
2.2	Extremwertaufgabe
	$D(x) = t_1(x) - f(x)$ $D(x) = -0{,}5x^3 + 3x^2 - 4{,}5x + 2$ $D'(x) = -1{,}5x^2 + 6x - 4{,}5$ $D''(x) = -3x + 6$ $D'(x) = 0$ Mit p-q-Formel erhält man $x_1 = 1$ und $x_2 = 3$ $D'(x) = 0 \wedge D''(x) \neq 0$ $\quad D''(1) = \text{Min.}$ $\quad D''(3) = \text{Max.}$ $D(3) = 2$ Randextrema $D(0{,}5) = 0{,}4 < 2$ $D(3{,}5) = 1{,}6 < 2$ Der größte Abstand im vorgegebenen Bereich beträgt 2 cm.

Aufgabe	Lösungsweg
3	
3.1	Erlösfunktion und $D_{ök}$ ermitteln
	$G(x) = E(x) - K(x)$ umstellen auf $E(x) = G(x) + K(x)$ $E(x) = -0{,}5x^2 + 8{,}4x$
	$p(x) = E(x) : x \qquad p(x) = -0{,}5x + 8{,}4$ $p(x) = 0 \qquad x = 16{,}8 \quad \Rightarrow D_{ök} = [0;16{,}8]$
3.2	Gewinnschwelle und -grenze
	$G(x) = 0$ $0 = -0{,}2x^3 + 1{,}6x^2 + 0{,}6x - 10{,}8$ Polynomdivision mit $x_1 = 3$ (GS) ergibt $0 = x^2 - 5x - 18$; mit p-q-Formel erhält man $x_2 = -2{,}4 \notin D_{ök}$ und $x_3 = 7{,}4$ Also liegt die Gewinngrenze (GG) bei 7,4 ME.
3.3	Gewinnmaximum
	$G'(x) = -0{,}6x^2 + 3{,}2x + 0{,}6$ $G''(x) = -1{,}2x + 3{,}2$ $G'(x) = 0 \qquad 0 = -0{,}6x^2 + 3{,}2x + 0{,}6$ Mit p-q-Formel erhält man $x_1 = -0{,}2 \notin D_{ök}$ und $x_2 = 5{,}5$ $G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0 \qquad G''(5{,}5) = \text{Max.}$ $G(5{,}5) = 7{,}6$ Das Gewinnmaximum liegt bei 7,6 GE.
3.4	Betriebsoptimum und LPU
	$K(x) = 0{,}2x^3 - 2{,}1x^2 + 7{,}8x + 10{,}8 \qquad k'(x) = 0{,}4x - 2{,}1 - \frac{10{,}8}{x^2}$ $k(x) = 0{,}2x^2 - 2{,}1x + 7{,}8 + \frac{10{,}8}{x} \qquad k''(x) = 0{,}4 + \frac{21{,}6}{x^3}$ $k'(x) = 0$ Multiplizieren mit x^2 und Polynomdivision mit $x_1 = 6$ ergibt $x^2 + 0{,}75x + 4{,}5 = 0$ Lösen mit p-q-Formel, Diskriminante negativ, keine weitere Lösung $k'(x) = 0 \wedge k''(x) \neq 0 \qquad k''(6) = 0{,}5 > 0 \Rightarrow \text{Min.} \quad k(6) = 4{,}2$ Das BO liegt bei 6 ME und die LPU bei 4,2 GE.
3.5	Grenzkostenminimum
	$K'(x) = 0{,}6x^2 - 4{,}2x + 7{,}8$
	$K''(x) = 1{,}2x - 4{,}2$ $K'''(x) = 1{,}2$ $K''(x) = 0$ $x = 3{,}75$ $K''(x) = 0 \wedge K'''(x) \neq 0 \qquad K'''(3{,}75) = 1{,}2 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$ $K'(3{,}75) = 0{,}5$ $GK_{min}(3{,}75 \mid 0{,}5)$ Bei 3,75 ME steigen die Kosten (bei einer unendlich kleinen Mengensteigerung) mit 0,5 GE am geringsten.