Lösungen 2019-4

<u>Aufgabe 1</u>

1.1 $p(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

$p(x) = -0{,}5(x + 5)(x + 1)$

$p(x) = -0{,}5(x^2 + x + 5x + 5)$

$p(x) = -0{,}5(x^2 + 6x + 5)$

$p(x) = -0{,}5x^2 - 3x - 2{,}5$

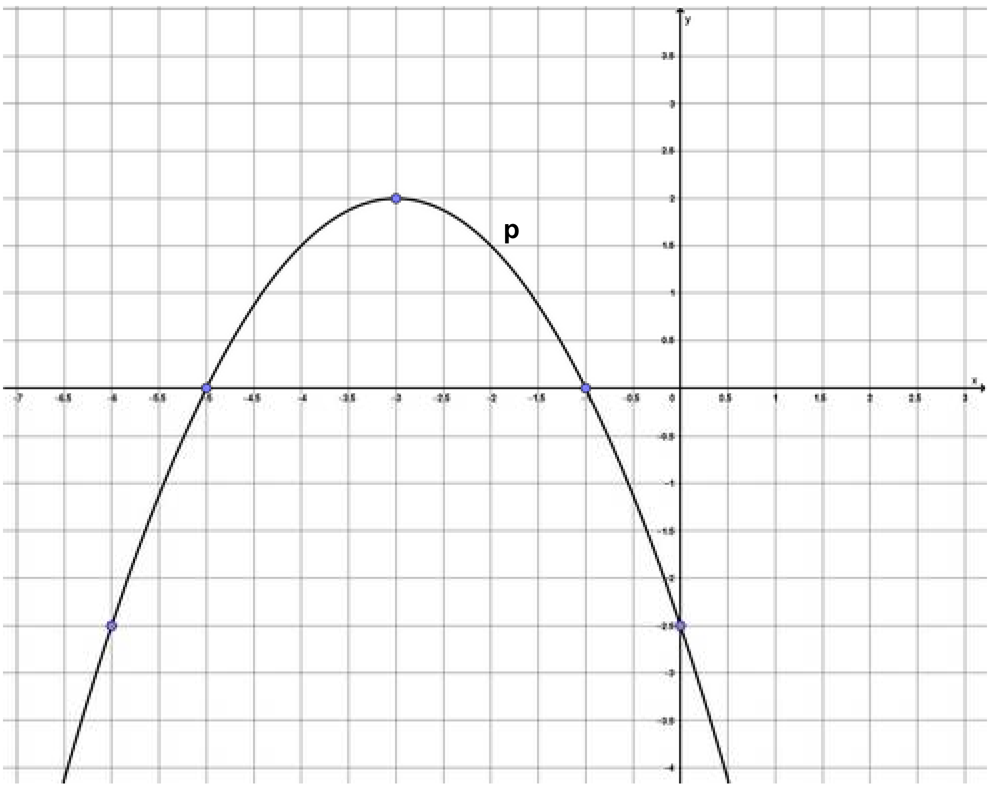
1.2 $S_y\left(0 \middle| -2{,}5\right)$

1.3 $p'(x) = -x - 3$ $\quad$ $p'(x_E) = 0$ $\quad$ $p'(x_E) = 0 \wedge p''(x_E) \neq 0$ $\quad$ $p(-3) = 2$

$p''(x) = -1$ $\quad$ $0 = -x - 3$ $\quad$ $p''(-3) = -1 < 0 \Rightarrow H$ $\quad$ $H\left(-3 \middle| 2\right)$

$x_E = -3$

1.4

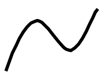


<u>Aufgabe 2</u>

2.1 Der Graph von f besitzt keine Symmetrie, da die Funktionsgleichung gerade und ungerade Exponenten aufweist.

$x \to -\infty; f(x) \to -\infty$

$x \to +\infty; f(x) \to +\infty$

( *Der Graph kommt von unten und geht nach oben.*)

$S_y\left(0 \middle| 2{,}2\right)$

2.2 $f(x_N) = 0$

$0 = 0{,}2x^3 - 0{,}6x^2 - 1{,}8x + 2{,}2 \,|\, : 0{,}2$

$0 = x^3 - 3x^2 - 9x + 11$

TR: $x_1 \approx -2,46$
$x_2 \approx 4,46$
$x_3 = 1$

Horner-Schema mit $x_{N1} = 1$

x^3	x^2	x^1	x^0	
1	-3	-9	11	
0	1	-2	-11	0

$$x^2 - 2x - 11 = 0$$
$$x_{N2/3} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 + 11}$$
$$x_{N2} \approx 4,46$$
$$x_{N3} \approx -2,46$$

2.3 $f'(x) = 0,6x^2 - 1,2x - 1,8$
$f''(x) = 1,2x - 1,2$
$f'(x_E) = 0$
$0 = 0,6x^2 - 1,2x - 1,8 \,|\, : 0,6$
$0 = x^2 - 2x - 3$
$$x_{E1/2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 + 3}$$
$x_{E1/2} = 1 \pm \sqrt{1^2 + 3}$
$x_{E1} = 3$
$x_{E2} = -1$

$f'(x_E) = 0 \wedge f''(x_E) \neq 0$
$f''(3) = 2,4 > 0 \Rightarrow T$
$f''(-1) = -2,4 < 0 \Rightarrow H$

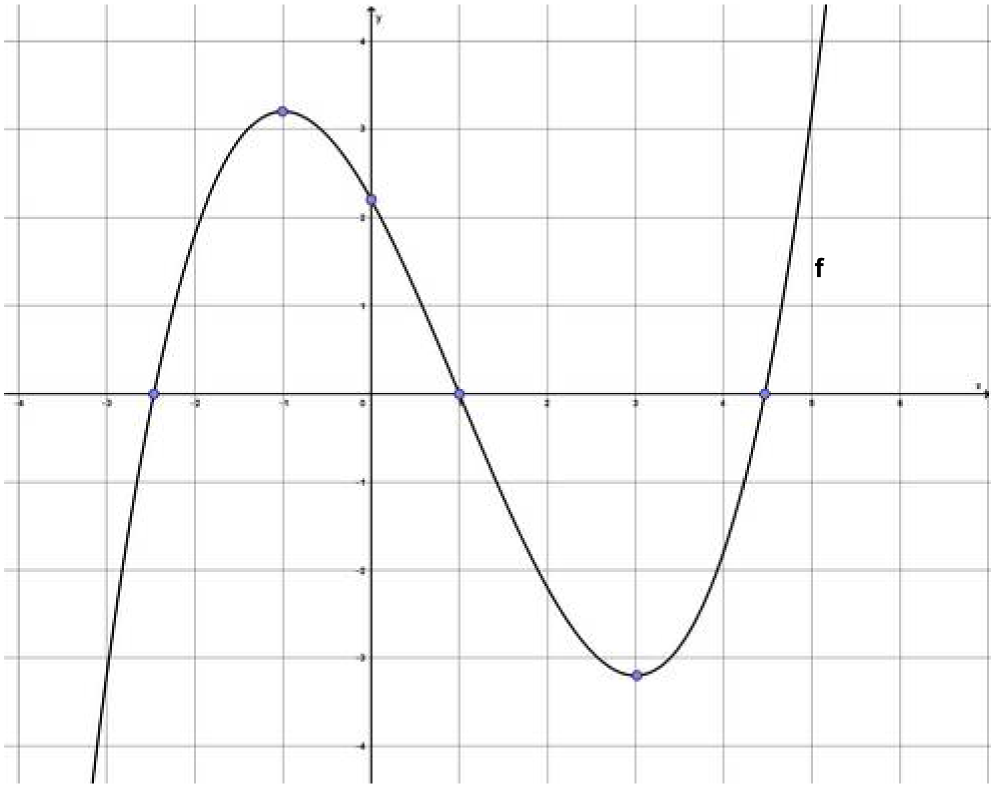
$f(3) = -3,2$ $\quad T\left(3 \middle| -3,2\right)$
$f(-1) = 3,2$ $\quad H\left(-1 \middle| 3,2\right)$

2.4 $M_1 = \left(-\infty; -1\right]$ monoton steigend
$M_2 = \left[-1; 3\right]$ monoton fallend
$M_3 = \left[3; +\infty\right)$ monoton steigend

2.5 $f''(x) = 1,2x - 1,2$
$f'''(x) = 1,2$
$f''(x_W) = 0$
$0 = 1,2x - 1,2 \,|\, -1,2x$
$-1,2x = -1,2 \,|\, : (-1,2)$
$x_W = 1$

$f''(x_W) = 0 \wedge f'''(x_W) \neq 0$
$f'''(1) = 1,2 > 0 \Rightarrow R-L-K$
$f(1) = 0$ $\quad W_{R-L}\left(1 \middle| 0\right)$

2.6



Aufgabe 3

3.1 Der Graph von h besitzt Achsensymmetrie zur y-Achse, da die Funktionsgleichung nur gerade Exponenten aufweist.

$x \to -\infty; h(x) \to +\infty$

$x \to +\infty; h(x) \to +\infty$ (*Der Graph kommt von oben und geht nach oben.*)

$S_y(0|-1)$

3.2 $h(x_N) = 0$

$0 = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - 1 \,\Big|\, : \frac{1}{4}$

$0 = x^4 - 8x^2 - 4$

$x^2 = z$

$0 = z^2 - 8z - 4$

$z_{1/2} = -\frac{-8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-8}{2}\right)^2 + 4}$

$z_{1/2} = 4 \pm \sqrt{4^2 + 4}$

$z_1 \approx 8,47$

$z_2 \approx -0,47$

$z = x^2$

$x^2 = 8,47 \,\Big|\, \sqrt{}$ $\qquad x_{N1} \approx 2,91 \qquad x_{N2} \approx -2,91$

$x^2 = -0,47 \,\Big|\, \sqrt{}$ $\qquad x_{N3/4} = \text{n.l.}$

3.3 $h'(x) = x^3 - 4x$

$h''(x) = 3x^2 - 4$

$h'(x_E) = 0$

$0 = x^3 - 4x$

$0 = x(x^2 - 4)$

$x_{E1} = 0 \qquad x^2 - 4 = 0 \,\big|+4\,\big|\sqrt{\ }$

$x_{E2} = 2$

$x_{E3} = -2$

$h'(x_E) = 0 \wedge h''(x_E) \neq 0$

$h''(0) = -4 < 0 \Rightarrow H$

$h''(2) = 8 > 0 \Rightarrow T$

$h''(-2) = 8 > 0 \Rightarrow T$

$h(0) = -1 \qquad H\left(0\middle|-1\right)$

$h(2) = -5 \qquad T\left(2\middle|-5\right)$

$h(-2) = -5 \qquad T\left(-2\middle|-5\right)$

$M_1 = \left(-\infty; -2\right]$ monoton fallend

$M_2 = \left[-2; 0\right]$ monoton steigend

$M_3 = \left[0; 2\right]$ monoton fallend

$M_4 = \left[2; +\infty\right)$ monoton steigend

3.4 $h''(x) = 3x^2 - 4$

$h'''(x) = 6x$

$h''(x_W) = 0$

$0 = 3x^2 - 4 \,\big|+4\,\big|:3$

$\frac{4}{3} = x^2 \,\big|\sqrt{\ }$

$x_{W1} \approx 1{,}15$

$x_{W2} \approx -1{,}15$

$h''(x_W) = 0 \wedge h'''(x_W) \neq 0$

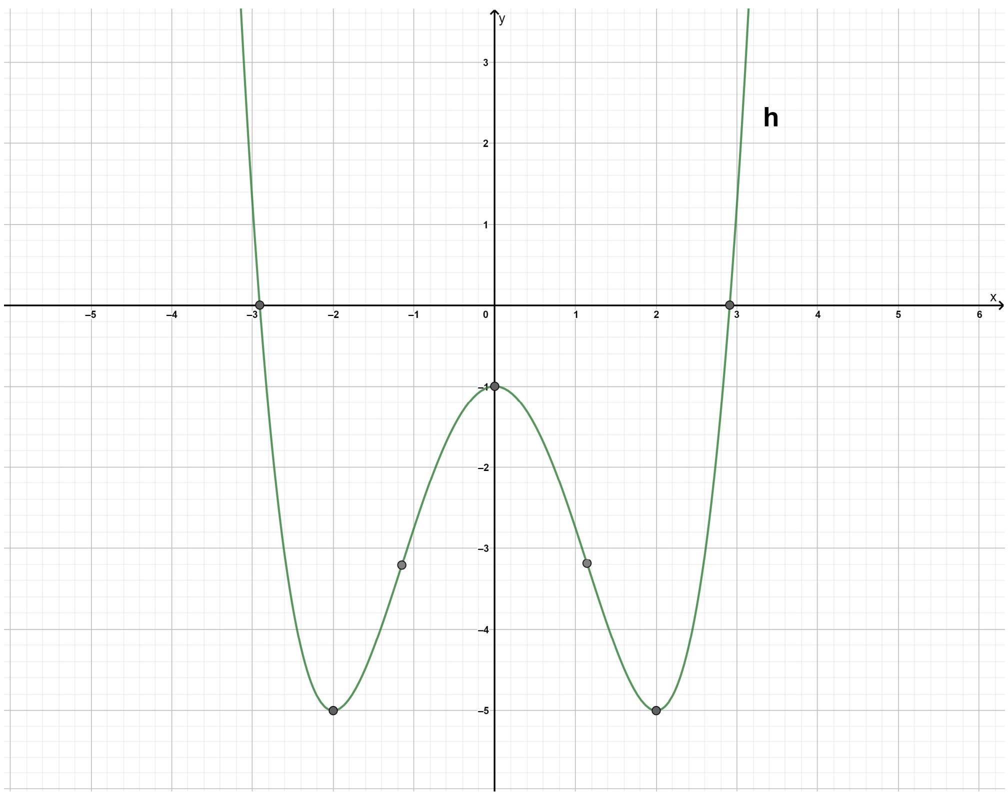
$h'''(1{,}15) = 6{,}9 > 0 \Rightarrow R - L - K$

$h'''(-1{,}15) = -6{,}9 < 0 \Rightarrow L - R - K$

$h(1{,}15) = -3{,}21 \qquad W_{R-L}\left(1{,}15\middle|-3{,}21\right)$

$h(-1{,}15) = -3{,}21 \qquad W_{L-R}\left(-1{,}15\middle|-3{,}21\right)$

3.5



Aufgabe 4

4.1 Der Graph kommt von unten und geht nach unten.

4.2 $g\left(x_N\right)=0$

$$0=-\frac{1}{4}x^4+\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x \left| :\left(-\frac{1}{4}\right)\right.$$

$$0=x^4-\frac{8}{3}x^3-2x^2+8x$$

$$0=x\left(x^3-\frac{8}{3}x^2-2x+8\right)$$

$x_{N1}=0$ $\quad$ $x^3-\frac{8}{3}x^2-2x+8=0$

TR: $x_{N2}\approx-1{,}62$

$x_{N3/4}=\text{n.l.}$

4.3 $g'(x)=-x^3+2x^2+x-2$

$g''(x)=-3x^2+4x+1$

$g'''(x)=-6x+4$

$g'(x_E)=0$

$0=-x^3+2x^2+x-2 \left| :\left(-1\right)\right.$

$0=x^3-2x^2-x+2$

TR: $x_1=-1$

$x_2=1$

$x_3=2$

Horner-Schema mit $x_{E1}=2$

x^3	x^2	x^1	x^0	
1	-2	-1	2	
0	1	0	-1	0

$x^2-1=0 \left| +1 \right| \sqrt{\ }$

$x_{E2}=1$

$x_{E3}=-1$

$g'(x_E)=0 \wedge g''(x_E)\neq 0$

$g''(2)=-3<0\Rightarrow H$

$g''(1)=2>0\Rightarrow T$

$g''(-1)=-6<0\Rightarrow H$

$g(2)=-\frac{2}{3}$ $\quad$ $H_1\left(2\middle|-0{,}67\right)$

$g(1)=-\frac{13}{12}$ $\quad$ $T\left(1\middle|-1{,}08\right)$

$g(-1)=\frac{19}{12}$ $\quad$ $H_2\left(-1\middle|1{,}58\right)$

$g''(x_W)=0$

$0=-3x^2+4x+1 \left| :\left(-3\right)\right.$

$$0=x^2-\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}$$

$$x_{W1/2}=-\frac{-2}{3}\pm\sqrt{\left(\frac{-2}{3}\right)^2+\frac{1}{3}}$$

$x_{W1}\approx1{,}55$

$x_{W2}\approx-0{,}22$

$g''(x_W)=0 \wedge g'''(x_W)\neq 0$

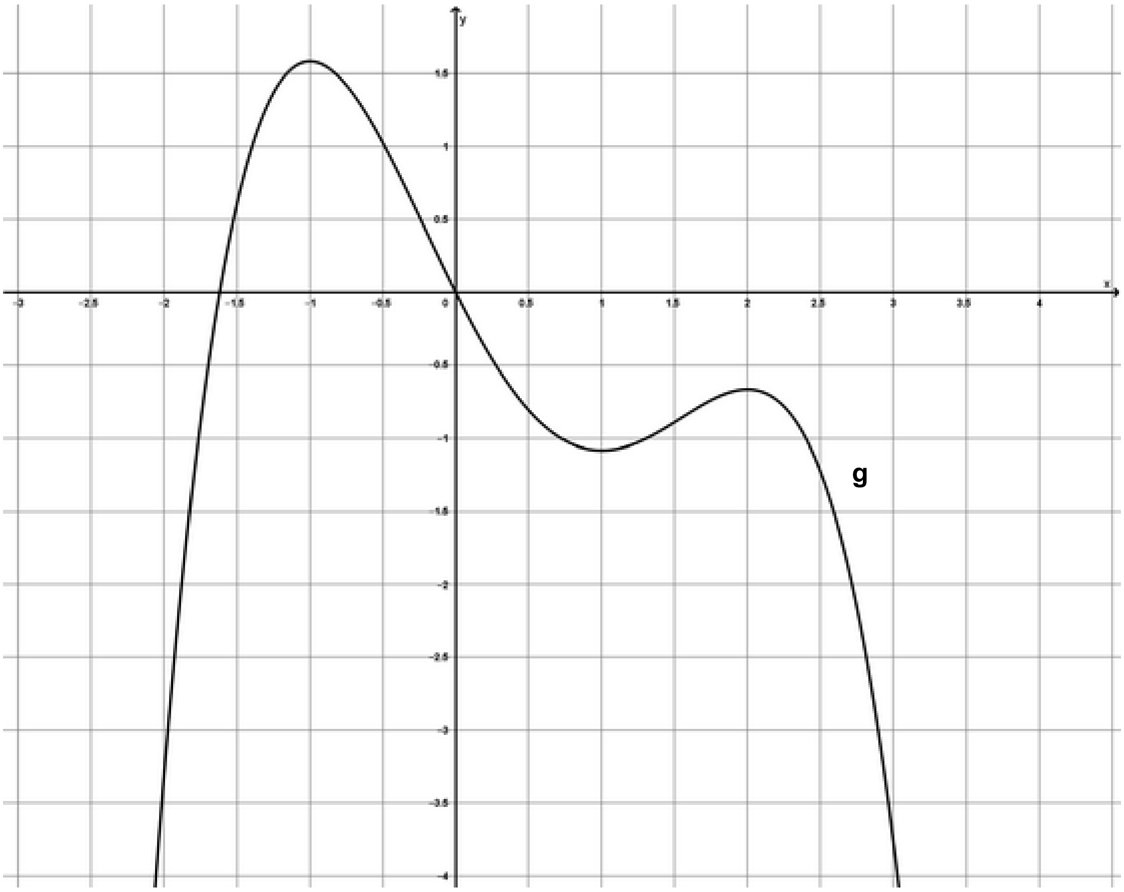
$g'''(1{,}55)=-5{,}3<0\Rightarrow L-R-K$

$g'''(-0{,}22)=5{,}32>0\Rightarrow R-L-K$

$g(1{,}55)\approx-0{,}86$ $\quad$ $W_{L-R}\left(1{,}55\middle|-0{,}86\right)$

$g(-0{,}22)\approx0{,}54$ $\quad$ $W_{R-L}\left(-0{,}22\middle|0{,}54\right)$

4.4



4.5 Verschiebt man den Graphen so weit nach unten, dass der linke Hochpunkt auf der x-Achse liegt, so hat der Graph nur noch eine doppelte Nullstelle.
Verschiebt man weiter nach unten, so besitzt der Graph keine Nullstelle mehr.
Verschiebt man den Graphen so weit nach oben, dass der rechte Hochpunkt auf der x-Achse liegt, hat der Graph drei Nullstellen (zwei einfache und eine doppelte).
Verschiebt man weiter, erhält man vier Nullstellen.
Liegt dann der Tiefpunkt auf der x-Achse, hat der Graph wieder nur drei Nullstellen (zwei einfache und eine doppelte, die doppelte aber an anderer Stelle).
Verschiebt man noch weiter nach oben, hat der Graph dann nur noch zwei einfache Nullstellen.