Lösungen 2019-2

1. Aufgabe

Graph 1 (durchgezogene Linie)

a) - Der Graph kommt von oben und geht nach oben.
- Der Graph besitzt Achsensymmetrie zur y-Achse.
- $S_y(0|2{,}5)$
- $S_{x1/2}(-4|0)$; $S_{x3/4}(4|0)$ doppelte Schnittpunkte, da Berührpunkte

b) $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$

$f(x) = a(x+4)(x+4)(x-4)(x-4)$ oder besser

$f(x) = a(x-4)(x+4)(x-4)(x+4)$ Das ist zwei Mal die dritte binomische Formel.

$f(x) = a(x^2 - 16)(x^2 - 16)$

$f(x) = a(x^4 - 32x^2 + 256)$ S_y einsetzen

$2{,}5 = a(0^4 - 32 \cdot 0^2 + 256)$

$2{,}5 = 256a \,|: 256$

$\frac{5}{512} = a$

$f(x) = \frac{5}{512}\left(x^4 - 32x^2 + 256\right)$

$f(x) = \frac{5}{512}x^4 - \frac{5}{16}x^2 + \frac{5}{2}$

Graph 2 (durchgezogene gerade Linie)

a) - Der Graph kommt von unten und geht nach oben.
- Der Graph besitzt keine Symmetrie.
- $S_y(0|-4)$
- S_x nicht ablesbar

b) Punkt $(4|-3)$ ablesen und $S_y(0|-4)$ benutzen

$m = \frac{-4+3}{0-4} = \frac{1}{4}$

$y = m \cdot x + b$

$-4 = \frac{1}{4} \cdot 0 + b$

$-4 = b$

=> $f(x) = \frac{1}{4}x - 4$

Graph 3 (dünn gestrichelte Linie)

a) - Der Graph kommt von oben und geht nach oben.
- Der Graph besitzt keine Symmetrie.
- S_y nicht ablesbar
- $S_{x1}(-7|0)$; $S_{x2}(-3|0)$

b) $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ du Scheitel bei $(-5|-4)$

$f(x) = a(x+7)(x+3)$

$f(x) = a(x^2 + 10x + 21)$

$-4 = a((-5)^2 + 10 \cdot (-5) + 21)$

$-4 = -4a \,|\, :(-4)$

$a = 1$

$f(x) = 1(x^2 + 10x + 21)$

$f(x) = x^2 + 10x + 21$

Graph 4 (gepunktete Linie)

a) - Der Graph kommt von oben und geht nach unten.
- Der Graph besitzt keine Symmetrie.
- $S_y(0|-1)$
- $S_x(-1|0)$

b) keine Berechnung möglich

Graph 5 (dick gestrichelte Linie)

a) - Der Graph kommt von unten und geht nach oben.
- Der Graph besitzt Punktsymmetrie zum Koordinatenursprung.
- $S_y(0|0)$
- $S_{x1}(-2{,}5|0)$; $S_{x2}(0|0)$: $S_{x3}(2{,}5|0)$

b) $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

$f(x) = a(x + 2{,}5)(x - 0)(x - 2{,}5)$ oder

$f(x) = ax(x + 2{,}5)(x - 2{,}5)$ dritte binomische Formel

$f(x) = ax(x^2 - 6{,}25)$

$f(x) = a(x^3 - 6{,}25x)$ Hier kann man S_y nicht einsetzen, da dann 0 = 0 herauskäme.

Der Graph verläuft noch durch den Punkt $(3|2)$.

$2 = a(3^3 - 6{,}25 \cdot 3)$

$2 = 8{,}25a \,|\, : 8{,}25$

$a = \frac{8}{33}$

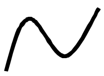
$f(x) = \frac{8}{33}\left(x^3 - 6{,}25x\right)$

$f(x) = \frac{8}{33}x^3 - \frac{50}{33}x$

<u>2. Aufgabe</u>

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 5x - 6$

a) $x \to -\infty; f(x) \to -\infty$
$x \to +\infty; f(x) \to +\infty$



Der Graph besitzt keine Symmetrie,

da gerade und ungerade Exponenten vorhanden sind.

b) $S_y(0|-6)$

c) $f(x_N) = 0$

$0 = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 5x - 6 \,\Big|\, : \frac{1}{3}$

$0 = x^3 - 6x^2 + 15x - 18$ TR: $x_{N1} = 3$

Polynomdivision oder Horner-Schema

$$
\begin{array}{l}
(x^3-6x^2+15x-18):(x-3)=x^2-3x+6 \\
\underline{-(x^3-3x^2)} \\
\quad -3x^2+15x \\
\quad \underline{-(-3x^2+9x)} \\
\qquad\qquad 6x-18 \\
\qquad\qquad \underline{-(6x-18)} \\
\qquad\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

x^3	x^2	x^1	x^0	
1	-6	15	-18	
0	1	-3	6	0

$x^2-3x+6=0$

Rechnungen (im Kopf)

$0\cdot(3)+1=1$

$1\cdot(3)-6=-3$

$-3\cdot(3)+15=6$

$6\cdot(3)-18=0$

p-q-Formel

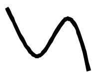
$x_{2/3}=+1{,}5\pm\sqrt{1{,}5^2-6}$

$x_{2/3}=\text{n.l.}$

$g(x)=-x^3+4x$

a) $x\to-\infty; g(x)\to+\infty$

$x\to+\infty; g(x)\to-\infty$



Der Graph besitzt Punktsymmetrie zum Ursprung,

da nur ungerade Exponenten vorhanden sind.

b) $S_y(0|0)$

c) $g(x_N)=0$

$0=-x^3+4x \,|: (-1)$

$0=x^3-4x$

$0=x(x^2-4)$

$x_{N1}=0 \qquad x^2-4=0 \,|+4$

$x^2=4 \,|\sqrt{}$

$x_{N2}=2 \qquad x_{N3}=-2$

$h(x)=-x^2+4x$

a) $x\to-\infty; h(x)\to-\infty$

$x\to+\infty; h(x)\to-\infty$

Der Graph besitzt keine Symmetrie,

da gerade und ungerade Exponenten vorhanden sind.

b) $S_y(0|0)$

c) $h(x_N)=0$

$0=-x^2+4x \,|: (-1)$

$0=x^2-4x$

$0=x(x-4)$

$x_{N1}=0 \qquad x_{N2}=4$

$p(x) = -x^4 + 3x^2 + 4$

a) $x \to -\infty; p(x) \to -\infty$
$x \to +\infty; p(x) \to -\infty$

Der Graph besitzt Achsensymmetrie zur y-Achse,
da nur gerade Exponenten vorhanden sind.

b) $S_y(0|4)$

c) $p(x_N) = 0$

$0 = -x^4 + 3x^2 + 4 | : (-1)$

$0 = x^4 - 3x^2 - 4$

$x^2 = z$

$0 = z^2 - 3z - 4$

$z_{1/2} = +1{,}5 \pm \sqrt{1{,}5^2 + 4}$

$z_1 = 4 \qquad z_2 = -1$

$z = x^2$

$x^2 = 4 | \sqrt{\ } \qquad x_{N1} = 2 \quad x_{N2} = -2$

$x^2 = -1 | \sqrt{\ } \qquad x_{N3/4} = \text{n.l.}$

$q(x) = 0{,}5x^4 - 1{,}5x^3$

a) $x \to -\infty; q(x) \to +\infty$
$x \to +\infty; q(x) \to +\infty$

Der Graph besitzt keine Symmetrie,
da gerade und ungerade Exponenten vorhanden sind.

b) $S_y(0|0)$

c) $q(x_N) = 0$

$0 = 0{,}5x^4 - 1{,}5x^3 | : 0{,}5$

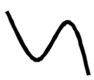
$0 = x^4 - 3x^3$

$0 = x^3(x - 3)$

$x_{N1/2/3} = 0 \qquad x_{N4} = 3$

$r(x) = -2x^3 + 5x - 2$

a) $x \to -\infty; r(x) \to +\infty$
$x \to +\infty; r(x) \to -\infty$



Der Graph besitzt keine Symmetrie,
da gerade und ungerade Exponenten vorhanden sind.

b) $S_y(0|-2)$

d) $r(x_N) = 0$

$0 = -2x^3 + 5x - 2$ ermitteln mit TR: $x_{N1} \approx -1{,}75 \qquad x_{N2} \approx 1{,}32 \qquad x_{N3} \approx 0{,}43$

3. Aufgabe

$f(x) = 0{,}1x^3 + 0{,}5x^2 - 0{,}6x + 1$ (blauer Graph)

Der Graph muss von unten kommen und nach oben gehen, da das Vorzeichen der höchsten Potenz positiv und der Grad ungerade ist.
Der Graph darf keine Symmetrie aufweisen, da gerade und ungerade Exponenten in der Funktionsgleichung vorhanden sind.
Die y-Achse muss bei $S_y(0|1)$ geschnitten werden.

$g(x) = x^4 - x$ (rosa Graph)

Der Graph muss von oben kommen und nach oben gehen, da das Vorzeichen der höchsten Potenz positiv und der Grad gerade ist.
Der Graph darf keine Symmetrie aufweisen, da gerade und ungerade Exponenten in der Funktionsgleichung vorhanden sind.
Die y-Achse muss bei $S_y(0|0)$ geschnitten werden.

$h(x) = x^2 + 7x + 8$ (oranger Graph)

Der Graph muss von oben kommen und nach oben gehen, da das Vorzeichen der höchsten Potenz positiv und der Grad gerade ist.
Der Graph darf keine Symmetrie aufweisen, da gerade und ungerade Exponenten in der Funktionsgleichung vorhanden sind.
Die y-Achse muss bei $S_y(0|8)$ geschnitten werden.

$p(x) = -0{,}5x^3 + 2x + 1$ (schwarzer Graph)

Der Graph muss von oben kommen und nach unten gehen, da das Vorzeichen der höchsten Potenz negativ und der Grad ungerade ist.
Der Graph darf keine Symmetrie aufweisen, da gerade und ungerade Exponenten in der Funktionsgleichung vorhanden sind.
Die y-Achse muss bei $S_y(0|1)$ geschnitten werden.

$q(x) = \frac{1}{10}x^4 - x^2 - 2$ (lila Graph)

Der Graph muss von oben kommen und nach oben gehen, da das Vorzeichen der höchsten Potenz positiv und der Grad gerade ist.
Der Graph muss Achsensymmetrie zur y-Achse aufweisen, da nur gerade Exponenten in der Funktionsgleichung vorhanden sind.
Die y-Achse muss bei $S_y(0|-2)$ geschnitten werden.

$r(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 2$ (grüner Graph)

Zur besseren Beurteilung sollte man die Funktionsgleichung umformen.

$$r(x) = -\frac{1}{2}(x^2 + 2x + 1) + 2$$

$$r(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2} + 2$$

$$r(x) = -0{,}5x^2 - x + 1{,}5$$

Der Graph muss von unten kommen und nach unten gehen, da das Vorzeichen der höchsten Potenz negativ und der Grad gerade ist.
Der Graph darf keine Symmetrie aufweisen, da gerade und ungerade Exponenten in der Funktionsgleichung vorhanden sind.
Die y-Achse muss bei $S_y(0|1{,}5)$ geschnitten werden.

4. Aufgabe

a) $g(x) = r(x)$

$x^4 - x = -0{,}5x^2 - x + 1{,}5 \,|\, -x^4 + x$

$0 = -x^4 - 0{,}5x^2 + 1{,}5 \,|: (-1)$

$0 = x^4 + 0{,}5x^2 - 1{,}5$

$x^2 = z$

$0 = z^2 + 0{,}5z - 1{,}5$

$z_{1/2} = -0{,}25 \pm \sqrt{0{,}25^2 + 1{,}5}$

$z_1 = 1 \qquad z_2 = -1{,}5$

$z = x^2$

$x^2 = 1 \,|\sqrt{\ }\qquad x_1 = 1 \quad x_2 = -1$

$x^2 = -1{,}5 \,|\sqrt{\ }\qquad x_{3/4} = \text{n.l.}$

$g(1) = 0 \qquad S_1(1|0)$

$g(-1) = 2 \qquad S_2(-1|2)$ vgl. Material 2

b) $f(x) = p(x)$

$0{,}1x^3 + 0{,}5x^2 - 0{,}6x + 1 = -0{,}5x^3 + 2x + 1 \,|\, +0{,}5x^3 - 2x - 1$

$0 = 0{,}6x^3 + 0{,}5x^2 - 2{,}6x$

$0 = x(0{,}6x^2 + 0{,}5x - 2{,}6)$

$x_1 = 0 \qquad 0{,}6x^2 + 0{,}5x - 2{,}6 = 0 \,|: 0{,}6$

$x^2 + \frac{5}{6}x - \frac{13}{3} = 0$

$x_{2/3} = -\frac{5}{12} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{12}\right)^2 + \frac{13}{3}}$

$x_2 \approx 1{,}71 \qquad x_3 \approx -2{,}54$

$p(0) = 1 \qquad S_1(0|1)$

$p(1{,}71) \approx 1{,}92 \qquad S_2(1{,}71|1{,}92)$

$p(-2{,}54) = 4{,}11 \qquad S_3(-2{,}54|4{,}11)$ vgl. Material 2

c) $h(x) = p(x)$

$x^2 + 7x + 8 = -0{,}5x^3 + 2x + 1 \,|\, -x^2 - 7x - 8$

$0 = -0{,}5x^3 - x^2 - 5x - 7$

ermitteln mit TR:

$x_1 \approx -1{,}51 \qquad x_{2/3} = \text{n.l.}$

$h(-1{,}51) \approx -0{,}29 \qquad S_1(-1{,}51|-0{,}29)$ vgl. Material 2