

Linearfaktoren

Die Lösungen einer Gleichung kann man als Linearfaktoren schreiben.

Ein Linearfaktor ist ein Term mit einem linearen x (also x^1) in einer Klammer.

Allgemein wird z.B. eine quadratische Gleichung mit zwei Lösungen in der Linearfaktorform so formuliert: $(x - x_1)(x - x_2) = 0$

Setzt man die Lösungen ein, so muss immer das Vorzeichen gedreht werden.

Beispiel:

Lösung $x_1 = 1 \Rightarrow$ Linearfaktor $(x - 1)$ oder Lösung $x_2 = -3 \Rightarrow$ Linearfaktor $(x + 3)$

Somit ergibt sich dann die Gleichung zu: $(x - 1)(x + 3) = 0$.

Durch Ausmultiplizieren der Klammern erhält man den Term der Gleichung.

$$x^2 + 3x - 1x - 3 = 0 \quad \text{Zusammenfassen ergibt} \quad x^2 + 2x - 3 = 0$$

Die Nullstellen einer ganzrationalen Funktion sind die Lösungen einer Gleichung.

Setzt man noch den Streckungsfaktor a ein, so erhält man die Funktionsgleichung in der Linearfaktordarstellung.

Allgemein schreibt man $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ für eine Funktion dritten Grades.

Beispiel: $x_{N1} = -1$; $x_{N2} = 2$; $x_{N3} = 5$; $a = 0,5$

$$f(x) = 0,5(x + 1)(x - 2)(x - 5)$$

Durch Ausmultiplizieren der Klammern erhält man den Funktionsterm.

$$f(x) = 0,5(x + 1)(x - 2)(x - 5) \quad \text{Linearfaktordarstellung}$$

$$f(x) = 0,5(x + 1)(x^2 - 5x - 2x + 10)$$

$$f(x) = 0,5(x + 1)(x^2 - 7x + 10)$$

$$f(x) = 0,5(x^3 - 7x^2 + 10x + x^2 - 7x + 10)$$

$$f(x) = 0,5(x^3 - 6x^2 + 3x + 10)$$

$$f(x) = 0,5x^3 - 3x^2 + 1,5x + 5 \quad \text{Funktionsterm}$$

Aufgabe

Bilden Sie aus den folgenden Angaben die Linearfaktordarstellung einer Funktion.

Berechnen Sie dann den Funktionsterm.

a) $a = 2$
 $x_{N1} = 3$

$a = -1$
d) $x_{N1/2} = 4$
 $x_{N3} = -1$

b) $a = 0,5$
 $x_{N1} = -2$
 $x_{N2} = 5$

$a = -0,25$
e) $x_{N1} = 0$
 $x_{N2} = 2$
 $x_{N3} = 8$

c) $a = \frac{2}{3}$
 $x_{N1} = 3$
 $x_{N2} = 2$
 $x_{N3} = -1$

$a = 3$
f) $x_{N1/2} = 0$
 $x_{N3} = -2$