

# Übungsaufgaben G

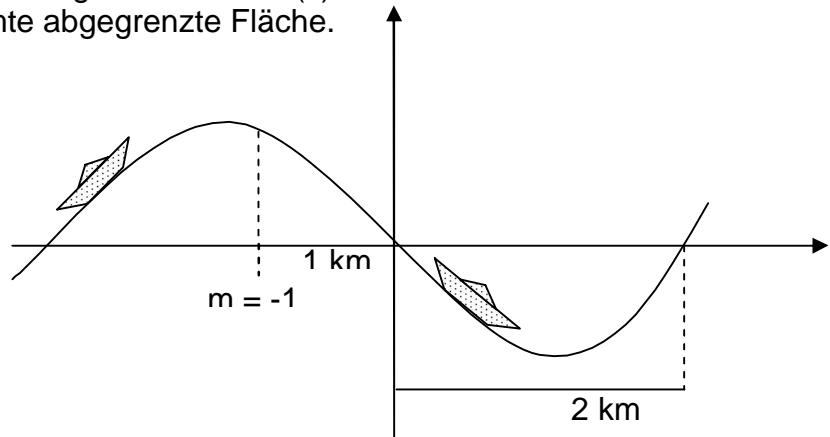
## Integralrechnung und Erstellen von Funktionen

### 1. Aufgabe

Ein Wasserkanal, der die Form einer ganzrationalen punktsymmetrischen Funktion

3. Grades hat, und ein Zaun (x-Achse) grenzen zwei Flächen ab.

- Bestimmen Sie die Gleichung der Funktion  $f(x)$ .
- Ermitteln Sie die gesamte abgegrenzte Fläche.



### 2. Aufgabe

Eine Funktion  $f(x) = ax^3 + 3x$  hat an der Stelle  $x = 2$  eine Tangente mit der Gleichung  $t(x) = 4$ .

- Bestimmen Sie  $a$  und vervollständigen Sie die Funktionsgleichung von  $f(x)$ .
- Berechnen Sie die Fläche, die der Graph mit der x-Achse einschließt.
- Ermitteln Sie die Fläche, die zwischen den beiden Extremwerten mit der x-Achse eingeschlossen wird (von  $T_p$  bis  $H_p$ ).

### 3. Aufgabe

Ein zur y-Achse symmetrischer Graph 4. Grades hat in  $P(1|0)$  eine Wendetangente mit der Steigung  $-4$ .

- Zeigen Sie, dass die Funktionsgleichung  $f(x) = 0,5x^4 - 3x^2 + 2,5$  lautet.
- Berechnen Sie die Fläche, die der Hochpunkt mit der x-Achse einschließt.
- Ermitteln Sie die Fläche, die der Graph im Bereich  $[0;2]$  mit der x-Achse einschließt. (Achten Sie auf den Wechsel der Fläche von oberhalb nach unterhalb der x-Achse)

### 4. Aufgabe

Erstellen Sie mit Hilfe der angegebenen Werte die gesuchten Funktionsgleichungen.

- Eine Funktion 3. Grades hat an der Stelle 6 eine Nullstelle und verläuft durch den Punkt  $(1| -1)$ . Der Graph berührt im Ursprung die x-Achse.
- Eine Funktion 4. Grades hat im Wendepunkt  $(0| -1)$  die Steigung 2 und berührt bei 2 die x-Achse.

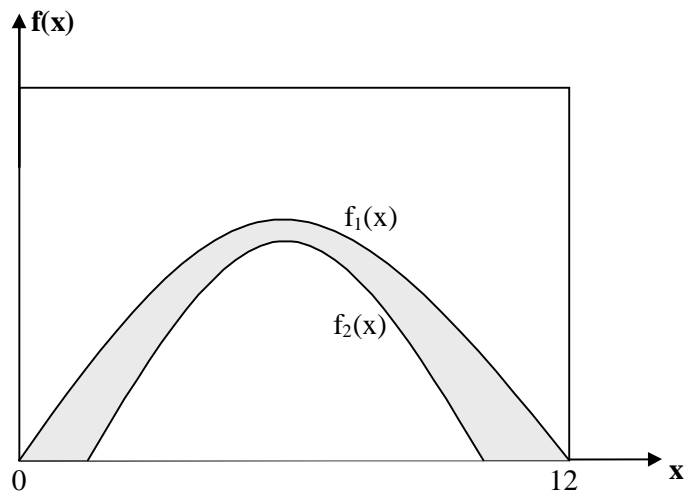
- c) Eine Funktion 3. Grades hat an der Stelle -1 eine Nullstelle und schneidet die y-Achse bei 4. Dort hat sie einen Sattelpunkt.
- d) Eine Funktion 3. Grades hat bei (0| -2) einen Tiefpunkt, bei  $x = -1$  die Steigung -1,5 und bei 1 eine Nullstelle.

### 5. Aufgabe

Zur Verstärkung eines Schuhs wird aus einem Stück Leder ein Streifen herausgeschnitten, dessen Ränder durch  $f_1(x)$  und  $f_2(x)$  beschrieben werden. Berechnen Sie dessen Fläche.

$$f_1(x) = -0,3x^2 + 3,6x$$

$$f_2(x) = -0,6x^2 + 7,2x - 12$$



### 6. Aufgabe

Erstellen Sie mit Hilfe der angegebenen Werte die gesuchten Funktionsgleichungen.

- a) Die Funktion  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  hat bei  $x = 0,5$  eine Nullstelle und eine Wendestelle. Die Gleichung der Tangenten an den Graphen von  $f$  an der Stelle  $x = 2$  ist  $t(x) = 9x - 18$ .
- b) Gesucht wird eine Funktion 3. Grades, die ihren Tiefpunkt dort hat, wo die Gerade  $g(x) = 2x - 4$  ihren Schnittpunkt mit der y-Achse besitzt. Die Nullstelle der Geraden ist zugleich eine Berührstelle mit der x-Achse von der gesuchten Funktion.
- c) Der Graph einer Funktion 3. Grades hat den Hochpunkt  $H(1|4)$  und berührt die Normalparabel mit der Gleichung  $p(x) = x^2 + 2x + 1$  in deren Scheitel.